

LAPPEENRANNAN TEKNILLINEN YLIOPISTO

SÄHKÖTEKNIIKAN OSASTO SÄHKÖNKÄYTTÖTEKNIIKAN LABORATORIO



Juha Pyrhönen

# SÄHKÖKÄYTÖT 2005...2006

# luentomateriaalia



1. SÄHKÖKÄYTTÖ......1

# 1. SÄHKÖKÄYTTÖ

Sähkökäyttö viittaa sanana sähkön käyttämiseen. Tämä ei kuitenkaan itsessään rajaa aihetta kovinkaan tarkasti, koska sähkön käyttötapoja näkee runsaasti vilkaisemalla vain ympärilleen: Kodinkoneet, valaisimet, lämpöpatterit, puhelimet, tietokoneet, piirtoheittimet, ym.

Tarkka nimi käsiteltävälle aiheelle on sähkömoottorikäyttö, jolle on kuitenkin vakiintunut lyhyempänä nimenä yksinkertaisesti sähkökäyttö, jota myös tässä yhteydessä käytetään. Sähkökäytöt voidaan jakaa karkeasti säätämättömiin ja säädettyihin moottorikäyttöihin. Suurin osa teollisuuden moottorikäytöistä on edelleen säätämättömiä käyttöjä, joissa sovelletaan lähes yksinomaan kolmivaiheista oikosulkumoottoria. Moottorikäyttöjä ohjataan yleisesti teollisuusautomaatiolla.

Tämän kurssin puitteissa käsitellään pääasiassa säädettyä sähkökäyttöä, jonka periaatteellista rakennetta kuvataan kuvan 1.1 lohkokaavion avulla. Kuvassa sähkökäyttö on rajattu katkoviivalla. Tällöin sähkökäytön ajatellaan koostuvan tehoelektroniikasta, sähkömoottorista, säätäjästä ja mittalaitteista. Tuloinaan sähkökäyttö saa tehon teholähteeltä, joka voi olla esimerkiksi sähköverkko, ja ohjesignaalin, joka voi olla esimerkiksi pyörimisnopeusohje. Lähtönä sähkökäyttö antaa akseliltansa mekaanisen tehon kuormalle. Mittalaitteet tarkastelevat sähkömoottorin tilaa mittaamalla pyörimisnopeutta, moottorille syötettävää virtaa, lämpötilaa ym. Mitatut signaalit syötetään säätäjälle, joka tuloinaan saamiensa ohjeiden ja mittaussignaalien perusteella antaa lähtönään ohjeet tehoelektroniikalle. Säätäjältä saamiensa ohjeiden mukaisesti tehoelektroniikka muokkaa saamansa sähköisen tehon sähkömoottorille sopivaan muotoon ja sähkömoottori muokkaa sähköisen tehon edelleen mekaaniseksi tehoksi.



Kuva 1.1 Sähkökäytön periaatteellinen lohkokaavio. Sähkökäyttö saa tuloinaan sähköistä tehoa ja toimintaohjeen. Lähtönä sähkökäyttö antaa mekaanisen tehon kuormalle. Sähkökäyttö koostuu periaatteessa neljästä osasta: tehoelektroniikasta, sähkömoottorista, mittalaitteista ja säätimestä.

Kuvan 1.1 perusteella voidaan tulevaisuuden sähkökäyttöasiantuntijalle hahmotella kenttä, jossa hänen on kyettävä suvereenisti liikkumaan. Tuo kenttä koostuu energiatekniikasta, sähkökonetekniikasta, sähköverkkotekniikasta, mittaustekniikasta, mekaniikasta, säätötekniikasta, tietotekniikasta, termodynamiikasta ja tietoliikennetekniikasta. Kuvassa 1.2 on havainnollistettu sähkökäyttöasiantuntijan toimikenttää ja tietotaitoa.



Kuva 1.2. Sähkökäyttöasiantuntijan toimintakenttä.

#### Energia

Ihmisen toimissa tarvitaan erittäin yleisesti sähkömekaanista energianmuuntoa. Erityisen tarpeellista tämä on teollisuuden prosesseissa, mutta myös asuminen, kauppa ja liikenne tarvitsevat sähkömekaanista energianmuuntoa. 2000-luvun alussa maailman sähkönkulutus oli noin 14000 TWh. Tästä sähköstä 50...60 % käytetään sähkömoottorikäytöissä. Voidaan siis hyvin ymmärtää, että sähkökäyttöjen toiminnan tehostamisella on suuri merkitys esim. hiilidioksidipäästöjen vähentämismahdollisuuksia etsittäessä.

#### Sähkön siirtoverkko

Sähköverkkotekniikka tulee oleelliseksi pyrittäessä ymmärtämään sähköverkon ja tehoelektroniikan liityntärajapintaa. Usein riittää, kun tunnetaan liittymispisteen jännite ja oikosulkuteho. Usein on myös pystyttävä arvioimaan sähköverkkoon mahdollisesti syntyviä resonansseja ja sähkön laatuky-symyksiä.

#### Mekaniikka

Mekaniikan perustuntemus voidaan periaatteessa rajoittaa pyörivän kappaleen mekaniikan perusyhtälöön

$$T_{\rm e} = T_{\rm L} + J \frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} + B\Omega \,. \tag{1.1}$$

 $T_{\rm e}$  on moottorin antama sähköinen vääntömomentti, joka tulee käytetyksi kuorman vastavääntömomentin  $T_{\rm L}$  ja kitkaväännön  $B\Omega$  sekä hitausmomentista J ja kulmakiihtyvyydestä d $\Omega$ /dt aiheutuvan dynaamisen vastavääntömomentin voittamiseksi. Lisäksi vaihdelaatikollisista käytöistä on hyvä tuntea kuvan 1.3 teoria. Mikäli vaihteiston vääntömomenttihyötysuhteeksi oletetaan 100 %, saadaan seuraava verranto.

$$\frac{T_{\rm m}}{T_{\rm L}} = \frac{\Omega_{\rm L}}{\Omega_{\rm m}} = \frac{\theta_{\rm L}}{\theta_{\rm m}} = \frac{n_{\rm m}}{n_{\rm L}} = a \,. \tag{1.2}$$

 $n_{\rm L}$  ja  $n_{\rm m}$  ovat vaihteen hampaiden lukumäärät ja *a* välityssuhde.



Kuva 1.3 Moottori pyörittää kuormaa vaihteiston välityksellä.  $J_m$  on moottorin hitausmomentti,  $B_m$  on moottorin kitkatermi,  $\theta_m$  on moottorin kiertymäkulma ja  $T_m$  on moottorin vääntömomentti. Kuorman puolella esiintyvä vastaavat termit.  $T_L$  on moottorin kuormalle tuottama vääntömomentti ja  $T_{WL}$  on kuorman tuottama vastavääntömomentti.

#### Kuormat

Kuormat voidaan vääntömomentin käyttäytymisensä suhteen jaotella muutamiin tyyppitapauksiin. Kuorman vääntömomentin esimerkkitapauksia mekaanisen pyörimisnopeuden funktiona on esitetty kuvassa 1.4.



Kuva 1.4 Kuorman vääntömomentin riippuvuus mekaanisesta pyörimisnopeudesta. a) puhallin, b) vauhtipyörä verkkoon liitetyn oikosulkumoottorin kuormana, c) mäntäpumppu, d) hissi, e) lepokitkan vaikutus.

Matemaattisesti vastavääntömomentit voidaan jaotella seuraaviin tyyppeihin

 $T_{\rm L} \cong \Omega_L^{-1}$ , lepokitka.  $T_{\rm L} \cong \Omega_L^0$ , vakiovääntö, nosturit, hissit ym.  $T_{\rm L} \cong \Omega_L^1$ , vääntö suoraan verrannollinen kulmanopeuteen, esim. mäntäpumppu.  $T_{\rm L} \cong \Omega_L^2$ , vääntö verrannollinen kulmanopeuden neliöön, keskipakopumput ja -puhaltimet.

### Tietotekniikka ja sulautettu järjestelmä

Tietotekniikka käytetään laskennassa, kun sähkömekaanista maailmaa mallitetaan sähkökäyttöjen säätöä silmälläpitäen. Mahdollisimman tarkat säätöalgoritmit pyörivät nykyajan prosessoreissa ja säätävät käytön fyysisen käyttäytymisen halutunlaiseksi. Voidaan kuvitella, että ideaalisessa tapauksessa mikropiirin ohjelmistot ja niin liitetyt mittaustiedot tuottavat mahdollisimman täydellisen kuvan fyysisen maailman sähkökäytöstä.

Tietoliikennetekniikkaa tarvitaan tiedon välittämiseen sähkökäytön eri osien välillä. Tämä tiedonsiirto voi olla langatonta tai tapahtua kaapeleita pitkin. Tulevaisuudessa on mahdollista jättää varsinaiset tiedonsiirtokaapelit pois ja välittää esimerkiksi mittaustiedot antureilta säätimelle moottorin syöttökaapelia pitkin.

Kuva 1.5 esittää niitä aikatasoja ja signaalinkäsittelytehtäviä, joita nykyaikaisen sähkökäytön ohjaukseen liittyy.



Kuva 1.5 Moottorikäytön aikatasovaatimukset ja tehtävät

2000-luvun alussa on vielä ollut tapana käyttää esimerkiksi signaaliprosessoreita ja niihin liittyä apupiirejä, kuten ASICeja huolehtimaan sähkökäyttöjen tehoelektroniikan ohjauksesta. Kehityskul-

ku näyttäisi kuitenkin johtavan siihen, että koko tehoelektroniikan tarvitsema ohjauselektroniikka ja –ohjelmistot pakataan yhdelle FPGA-piirille, kuva 1.6



Kuva 1.6 Ohjauselektroniikan kehitysnäkymät kohti FPGA-piirejä.

Suorituskykyisimmät sähkökäytöt kykenevät äärimmäiseen tarkkaan pyörimisnopeus- ja vääntömomenttisäätöön. Tällaisia sähkökäyttöjä voidaan soveltaa nopeaan ja tarkkaan paikansäätöön, jolloin niitä kutsutaan servokäytöiksi. Perinteisesti taajuusmuuttajien säätösyklit ovat olleet kymmenien mikrosekuntien luokkaa. FPGA-pohjaisella integraatiolla, kun tietoa ei tarvitse siirrellä eri yksiköiden välillä, voidaan säätösyklien nopeutta kohottaa merkittävästi. Esim. hitsauskoneen säätö on toteutettu LTY:n säätötekniikan laboratoriossa 64 ns:n säätösylillä.

Tehoelektroniikan ja mikroprosessorien kehitys parantaa sähkökäyttöjen ominaisuuksia. Älykkäiden sähkökäyttöjen markkinat kasvavat, kun ymmärretään säädettyjen sähkökäyttöjen vähäinen huollon tarve, säästetty energia ja kehittynyt prosessin ohjaus.

# Moderni sähkökäyttö prosessin osana

Prosessien nopeudensäätö on keskeistä pyrittäessä järkevään energiankäyttöön ja korkeaan laatuun. Nopeussäädön tarpeellisuus tulee selväksi perehdyttäessä erilaisten prosessien vaatimuksiin. Prosessit voidaan jakaa kahteen pääryhmään: materiaalin käsittelyyn ja materiaalin kuljetuksen. Kummassakin pääryhmässä on tarve sopeutua prosessin vaatimuksiin, jolloin nopeussäädetyt sähkökäytöt tarjoavat ratkaisuja.

Kemianteollisuus, konepajat, muoviteollisuus, sellu-, paperi- ja painoteollisuus, elintarvike- ja virvoitusjuomateollisuus, kaivosteollisuus, metalliteollisuus ja voimalaitokset ovat sähkökäyttöjen suurkäyttäjiä. Myös kiinteistöjen LVI-ala työllistää merkittävästi sähkökäyttöjä.

Kuva 1.7 esittää, miten erilaiset muuttujat vaikuttavat prosessijärjestelmään. Prosesseissa esiintyy energia- ja materiaalimuuttujia. Prosessissa ainetta ja energiaa käsitellään tavallisesti mekaanisen tehon, sähkömagneettisen vaikutuksen, lämmön tai kemiallisten ja biologisten reaktioiden avulla. Kaikkien prosessien toteuttamiseen tarvitaan sekä materiaa että energiaa. Tulokseksi saadaan tuote,

mutta prosessissa syntyy yleensä sekä energia- että materiahukkaa. Nopeussäädettyjä sähkömoottorikäyttöjä sovelletaan koneiden mekaanisen tehon säätöön. Usein tällaisen säädön avulla on mahdollista saavuttaa lopputuotteen korkea laatu ja samalla säästää energiaa.



Kuva 1.7 Energian ja materian virtaus tuotantoprosessissa.

Prosessilaitteet voidaan jakaa kahteen ryhmään: materiaalin kuljettamiseen ja itse materiaalin käsittelyyn, jossa materiaalin ominaisuuksia muutetaan erilaisilla materiaalinkäsittelylaitteilla.

Merkittävä prosessiryhmä koostuu koneista, jotka kuljettavat materiaalin haluttuun paikkaan. Ryhmään kuuluvat erilaiset kuljettimet sekä annostelusta ja paineen muutoksesta huolehtivat laitteet. Koneet ovat erilaisia riippuen siitä, onko käsiteltävänä materiaalina kiinteä aine, neste vai kaasu. Kiinteät aineet, kuten kontit, metalli, puu, mineraalit ja jopa ihmiset, kuljetetaan kuljetuslaitteilla, joita ovat muun muassa nosturit, siirtolaitteet ja hissit. Nesteitä, kuten esimerkiksi vettä, öljyä tai nestemäisiä kemikaaleja, kuljetetaan pumpuilla. Kaasujen, kuten ilma, kuljetuksessa käytetään puhaltimia, kompressoreita tai tuulettimia. Erikoissovelluksena voidaan mainita ilmastointi. Vaativimmillaan materiaalin kuljettamiseen paikasta toiseen tarvitaan ns. servokäyttöjä, joissa asemaa voidaan säätää äärimmäisen tarkasti. Esimerkkejä servokäytöistä ovat vaikkapa elektroniikkatuotannossa käytettävät sähköiset latomakoneet, jotka sijoittavat komponentit tarkasti oikeaan paikkaa piirilevylle.

Jokaisesta sähköllä käyvästä koneesta löytyy energiansäätö, sähkömoottori, mekaaninen tehonsiirto ja varsinainen työtätekevä kone. Ensimmäiset kolme muodostavat yhdessä ns. sähkömoottorikäytön. Sähkökäyttö muuttaa syötetyn energian työkoneiden käyttämäksi mekaaniseksi energiaksi.

Nopeuden säätö on mahdollista jokaisessa kolmessa sähkökäytön komponentissa. Koneen nopeutta voidaan säätää käyttämällä esimerkiksi taajuusmuuttajaa energiansäätökomponenttina, kaksi- tai kolminopeusmoottoria moottorikomponenttina tai mekaanisia vaihteita tehonsiirtokomponenttina. Nykyisin käytetään energiansäätökomponenttina yhä useammin taajuudenmuuttajaa, jolloin tavallinen moottori soveltuu säätökäyttöön. Käytettäessä oikosulkumoottoria lujemmin vääntäviä uudenlaisia kestomagneettimoottoreita voidaan vaihteistokin yhä useammin jättää pois. Myös ns. suurno-

peuskäytöt yleistyvät vähitellen. Niissä taajuudenmuuttaja syöttää suurnopeusmoottoria verkkotaajuuteen verrattuna huomattavasti suuremmalla taajuudella.

Oikosulkumoottori soveltuu käytettäväksi monissa käytöissä, ja kuva 1.8 esittääkin sitä taajuudenmuuttajalla varustettuna.



Kuva 1.8 Taajuudenmuuttajalla varustettu induktiomoottorikäyttö. Staattori-, roottori ja ilmavälivirtavektori  $i_s$ ,  $i_r$ ,  $i_m$  staattorijännite  $u_s$  sekä staattori- ja ilmavälikäämivuovektori  $\psi_s$ ,  $\psi_m$ .

Vaihtovirtamoottorien kyky muuntaa sähköenergia mekaaniseksi energiaksi perustuu sähkömagneettisiin voimavaikutuksiin. Lorentzin voiman yhtälöstä muistamme, että virrallinen johdin magneettivuossa kokee voimavaikutuksen. Induktiolain mukaisesti staattorin käämiin syötettävä jännite integroituu staattorin käämivuoksi

$$\psi_{\rm s} \approx \int u_{\rm s} {\rm d}t \,. \tag{1.2}$$

Samalla syntyvät sähkökoneeseen käämivuon edellyttämät virrat. Ilmavälin käämivuo  $\psi_m = L_m i_m$ on sähkömekaanisen energianmuunnon kannalta tärkein käämivuokomponentti, se esiintyy magnetointivirtavektorin  $i_m$  suunnassa ja syntyy magnetoimisinduktanssissa  $L_m$ . Lorentzin voimasta voidaan johtaa vääntömomentille vektoriyhtälö

$$T_{\rm e} = \frac{3}{2} p(\boldsymbol{\psi}_{\rm s} \times \boldsymbol{i}_{\rm s}) = \frac{3}{2} p(\boldsymbol{\psi}_{\rm m} \times \boldsymbol{i}_{\rm s}).$$
(1.3)

Staattorin ja roottori magnetomotoristen voimien suunnat voidaan määrittää soveltamalla oikean käden sääntöä kuvan 1.6 moottorin virtoihin. Virtavektorin suunta on käämin magnetomotorisen voiman suunta. Koska käämivuo ja jännite ovat induktiolain mukaisessa suhteessa toisiinsa, staattorin käämissä vaikuttavan jännitevektorin suuntaa muuttamalla voidaan myös käämivuon suuntaa muuttaa. Jos jännitteen suuntaa muutetaan kolmivaiheisen moottorin käämissä oikeassa järjestyksessä, moottorin magneettivuo alkaa pyöriä. Oikosulkumoottorin roottori seuraa vuota tietyllä jättämällä. Tahtikoneiden tapauksessa roottorilla ei ole jättämää, vaan tietyn tehokulman saavutettuaan roottori pyörii samassa tahdissa staattorivuon kanssa.

Moottorisäätö voidaan tehdä taajuudenmuuttajan avulla. Taajuudenmuuttaja muuttaa vaihtovirran ja -jännitteen taajuutta. Siinä on kolme osaa. Verkon 50 Hz:n kolmivaihejännitettä syötetään ta-

sasuuntaajaosaan, joka muuntaa jännitteen tasajännitteeksi. Tasajännite syötetään tasajännitevälipiiriin, joka suodattaa diodisillan antaman jännitteen. Vaihtosuuntaajayksikkö eli invertteri kytkee seuraavaksi jokaisen moottorivaiheen joko negatiiviseen tai positiiviseen tasajännitevälipiirin kiskoon sopivassa järjestyksessä. Kuvassa johtavina ovat kytkimet k1, k3 ja k4. Sulkemalla kytkimet k1, k5 ja k6 ja pitämällä muut auki käämivuo saadaan pyörimään vastapäivään.

Sama taajuudenmuuttajatekniikka sopii käytettäväksi kaikkien kiertokenttäkoneiden kanssa. Sähkönkäyttötekniikka onkin uudistumassa, kun yhä useammin käytetään erilaisia tahtimoottoreita oikosulkumoottoreiden asemesta. Tasavirtakäytöt vähenevät ja erilaiset vaihtovirtakäytöt valtaavat alaa.

2.	SÄH	IKÖKONEIDEN PERUSTEITA	1
	2.1	Magneettipiiri ja induktanssi	1
	2.1.1	Magneettipiiri, esimerkki	1
	2.2	Umpinapatahtikoneen roottorikäämi.	4
	2.3	Oikosulkuroottori	5
	2.4	Vaimennuskäämi	7
	2.5	Kiertokenttäurakäämitys	9
	2.6	Uratähti	13
	2.7	Yliaallot	14
	2.8	Kiertokenttäkäämin magnetoimisinduktanssi	19
	2.9	Käämijärjestelmät	20

# 2. SÄHKÖKONEIDEN PERUSTEITA

Kerrataan hieman aluksi sähkömagnetismin perusteita sähkökoneiden kannalta tarkasteltuna.

#### 2.1 Magneettipiiri ja induktanssi

Magneettipiiriä hallitsee Ampèren laki

$$\oint \boldsymbol{H} \cdot \mathbf{d}\boldsymbol{l} = \sum i = \boldsymbol{\Theta} \,. \tag{2.1}$$

Magnetomotorista voimaa  $\Theta$  koneessa tuottavat sen käydessä kaikki virrat ja mahdolliset kestomagneettimateriaalit. Kentänvoimakkuuden H suljettu viivaintegraali magnetointireittiä dl pitkin vastaa käytännössä koneen eri osissa tapahtuvien magneettijännitehäviöiden summaa.

Jos koneessa ei esiinny kestomagneetteja, kuluu magnetomotorisesta voimasta yleensä suurin osa ilmavälissä. Tämä johtaa melko stabiiliin induktanssiarvoon. Kuitenkin jos kone ylijännitteen johdosta kyllästyy, alkaa kentänvoimakkuus sen eri osissa kasvaa ja saman käämivuon tuottamiseksi tarvitaan aiempaa enemmän virtaa. Koneen magnetoimisinduktanssi siis pienenee. Myös suuri vääntömomentti kyllästää magnetoimisinduktanssia merkittävästi.

Kestomagneettimateriaalin permeabiliteetti vastaa likimäärin tyhjön permeabiliteettia, joten kestomagneettimateriaalilla on erittäin voimakas vaikutus magneettipiirin reluktanssiin ja siten myös kiertokenttäkoneen ankkurikäämityksen induktansseihin.

#### 2.1.1 Magneettipiiri, esimerkki

Tarkastellaan esimerkkeinä yksinkertaisia magneettipiirejä, joissa on pieni ilmarako, kuva 2.1. Toinen piiri magnetoidaan käämillä  $N_2$ . Laite on kaksikääminen kuristin tai muuntaja, mutta järjestelyllä voidaan yksinkertaisesti kuvata myös yhdellä magnetointikäämillä magnetoitavaa pyörivää konetta. Toinen käämi vastaa ankkurikäämiä. Toisen piirin magnetoi nykyaikainen kestomagneettimateriaali, jonka koersiivivoima on 800 kA/m ja suhteellinen permeabiliteetti ykkönen.

Oletetaan yksinkertaisesti, että magneettipiirien rautaosat tarvitsevat 5 % siitä magnetomotorisesta voimasta, mikä menee fyysisen ilmavälin magnetointiin. Lisäksi oletetaan aluksi, ettei hajaannusta esiinny, vaan kaikki magneettivuo kulkee piiriä l pitkin. Ilmaväliin halutaan vuontiheydeksi 1 T. Tutkitaan ensin käämillä  $N_2$  magnetoitavaa piiriä.

Voidaan tulkita, että kokonaisilmaväli, joka sisältää myös raudan magneettijännitteen vaikutuksen on  $\delta_e = 1.05$  mm. Kun ilmaan halutaan yhden teslan vuontiheys, tarvitaan kentänvoimakkuus  $H_{\delta} = B_{\delta}/\mu_0 = 796$  kA/m. Koska koko magneettipiiri korvataan yhdellä ilmavälillä  $\delta_e = 1.05$  mm, saadaan tarvittava magnetomotorinen voima  $\Theta = H_{\delta} \delta_e = 835$  A, josta raudan osuudeksi arvelemme 39 A. Käämissä on 100 kierrosta, joten käämissä kulkevan virran tulee olla suuruudeltaan 8.35 A.



Kuva 2.1. Yksinkertaisia magneettipiirejä. Piirin pituus on l = 0.35 m. Kummassakin on yhden millimetrin pituinen ilmaväli  $\delta$ . Piirin pinta-ala A = 0.01 m<sup>2</sup>. Vasemmanpuoleinen magnetoidaan käämillä  $N_2$ . Oikeanpuolinen piiri magnetoidaan NdFeB-kestomagneetilla. Kummallakin sydämellä on käämi  $N_1$ , jonka induktanssi halutaan tietää.

Magneettipiirin vuo on suuruudeltaan  $\Phi = AB = 0.01$  Vs. Vastaavasti kelan  $N_2$  käämivuo on  $\Psi_2 = \Phi$   $N_2 = 1$  Vs. Koska kelassa kulkee virta  $I_2 = 8.35$  A ja se synnyttää käämivuon 1 Vs, on kelan itseisinduktanssi noin  $L_{22} = \Psi_2/I_2 = 120$  mH. Kelan  $N_1$  käämivuo on vastaavasti  $\Psi_{12} = \Phi N_1 = 0.5$  Vs. Käämissä ei kulje virtaa, koska vuo  $\Phi$  on kokonaan kelan  $N_2$  synnyttämä. Voisimme laskea kelan  $N_1$  itseisinduktanssin samoin kuin edellä. Käytetään nyt kuitenkin magneettipiirin reluktanssia laskennassa  $R_m = \delta_e / \mu A = 83.5$ kA/Vs. Itseisinduktanssiksi saadaan  $L_{11} = N_1^2 / R_m = 30$  mH. Vastaavasti käämien välinen keskinäisinduktanssi saadaan tässä oletetun täydellisen kytkennän vallitessa muotoon  $L_{12} = L_{21} = N_1 N_2 / R_m = 60$  mH.

Tutkitaan nyt kestomagneetilla varustetun magneettipiirin ominaisuuksia. Kestomagneetti tuottaa suuren magnetomotorisen voiman.  $\Theta_{PM} = l_{PM}H_c = 8000 \text{ A}$ . Tämä on erittäin suuri verrattuna edellisen magneettipiirin käämin  $N_2$  magnetomotoriseen voimaan, mutta suurin osa kestomagneetin mmv:sta tuleekin käytetyksi sen itsensä muodostamassa reluktanssissa. Kestomagneetin reluktanssi saadaan  $R_{PM} = l_{PM} / \mu A = 795.8 \text{ kA/Vs}$ . Fyysisen ilmavälin ja raudan reluktanssi yhteensä ovat likimäärin samat kuin edellä,  $R_{mFe+\delta} = 83.5 \text{ kA/Vs}$ . Koko magneettipiirin reluktanssi on nyt noin  $R_{m,tot} = 879.3 \text{ kA/Vs}$ . Tällaiseen reluktanssiin kestomagneetti luo vuon  $\Phi_{PM} = \Theta_{PM} / R_{m,tot} = 0.0091 \text{ Vs}$ . Kestomagneetin vuontiheys on  $B_{PM} = \Phi_{PM} / A = 0.91 \text{ Vs/m}^2$ . Huolimatta siis suuresta kestomagneetista ja sen voimakkaasta magnetomotorisesta voimasta, jää vuontiheys pienemmäksi kuin edellä. Nykyaikaisilla kestomagneettimateriaaleilla onkin vaikea luoda ilmaväliin yhden teslan vuontiheyksiä, ellei magneettimateriaalia käytetä runsaasti. Pelkkä magneetin paksuuden kasvattaminen ei riitä, vaan magneetteja täytyy voida kytkeä rinnakkain magneettipiirin.

Käämin induktanssiksi saadaan nyt  $L_{11} = N_1^2 / R_m = 2.84 \text{ mH}$ . Kestomagneetin tuominen rautapiiriin kasvattaa olennaisesti magneettipiirin reluktanssia ja pienentää vastaavasti sen induktansseja. Nämä ovat tuttuja ilmiöitä myös kestomagneetteja sisältävissä pyörivissä koneissa. Tarkistetaan vielä raudan vaatima mmv. Oletetaan, että rauta on M400-65A peltiä, joka vaatii yhden teslan kohdalla noin 1.1 A/cm. Magneettipiirin pituus on 35 cm, joten virtaa tarvitaan 38.5 A. Tämä on lähes täsmälleen, mitä alunperin oletettiin.

Tarkastellaan kuvan 2.1 magneettipiirejä vielä hieman. Vasemmanpuoleinen magneettipiiri muodostaa ilmavälillisen muuntajan, jonka muuntosuhde on 1:2. Tällaisella magneettipiirillä on oma vastinkytkentänsä, joka esitetään kuvassa 2.2. Kuvaan on lisätty hajainduktanssit sekä ensiöön että toisioon, vaikka niitä ei vielä äskeisessä tarkastelussa otettu huomioon. Oletetaan, että kummankin käämin vuosta 98 % lävistää toisen käämin kaikki kierrokset kytkentäkerroin k = 0.98. Osa itseisinduktanssista onkin siis hajainduktanssia  $L_{p\sigma} = (i - k)L_{11}, L_{s\sigma} = (i - k)L_{22}$ . Keskinäisinduktanssi pienenee nyt hieman, sillä keskinäisinduktanssi määritellään sen käämivuon avulla, jonka magnetoiva käämi synnyttää toiseen käämiin. Keskinäisinduktanssi  $L_{12}$  määritellään siis käämissä  $N_2$  kulkevan virran  $I_2$  käämiin  $N_1$  synnyttämän käämivuon  $\Psi_{12}$  avulla  $L_{12} = \Psi_{12} / I_2$ . Jos  $\Psi_{12}$  on nyt vain 98 % teoreettisesta maksimistaan, voimme todeta, että vastaavasti keskinäisinduktanssikin on pienentynyt. Aikaisemman esimerkin virta  $I_2 = 8.35$  A synnyttää käämiin  $N_2$  käämivuon 1.0 Vs ja käämiin  $N_1$  käämivuon  $\Psi_{12} = 0.98 \Phi N_1 = 0.49$  Vs. Nyt voidaan laskea myös keskinäisinduktanssi  $L_{12} = \Psi_{12} / I_2 = 0.49$  Vs//8.35 A = 58.6 mH .



Kuva 2.2. Kuvan 2.1 kaksikäämisen muuntajan vastinkytkentä sekä siitä laadittu ensiön jännitetasoon redusoitu sijaiskytkentä.  $L_{p\sigma}$  ja  $L_{s\sigma}$  ovat ensiön ja toision hajainduktanssit. Redusoinnissa tarvitaan muuntosuhteen  $\gamma$ neliötä  $L'_{s\sigma} = \gamma^2 L_{s\sigma}$ . Magnetointi-induktanssi  $L_m$  on verrannollinen ensiö- ja toisiokäämien keskinäisinduktanssiin,  $L_m = \gamma L_{12}$ .

Jos käämien välinen kytkentä on täydellinen, saadaan  $L_{12} = \sqrt{L_{11}L_{22}}$ . Koska nyt vain 98 % käämin 1 vuosta lävistää käämin 2, saadaan kytkentäkerroin  $k = L_{12} / \sqrt{L_{11}L_{22}} = 0.98$ , joka onkin käytännössä aina ykköstä pienempi luku. Kuvan 2.2 magnetoimisinduktanssiksi saadaan  $L_m = L_{12}\gamma = 29.3$  mH. Ensiökäämin hajaannus on siis 0.7 mH. Vastaavasti toisiokäämin ensiöön redusoitu hajaannus on 2.8 mH  $\gamma^2 = 0.7$  mH.

Piirretään vielä ensiökäämiin redusoituina sijaiskytkennät, joita magnetoi tasavirta, joko käämin  $N_2$  tasavirta tai kestomagneetin virtuaalinen tasavirta  $I'_{PM} = \Psi_{PM} / L_m = 0.455 \text{ Vs}//2.84 \text{ mH} = 160 \text{ A}$ .

Tehty yksinkertainen tarkastelu voi hyvin toimia pohjana sähkökoneitten magneettipiirien tarkastelulle, sillä kuvan 2.3 sijaiskytkennät ovat ekvivalenttisia sähkökoneitten sijaiskytkentöjen kanssa. Riippuu laitteesta ja tarkastelutavasta, toimivatko sijaiskytkennät tasa- vai vaihtosähköllä. Usein pyörivien sähkökoneittenkin sijaiskytkennät laaditaan sellaisessa koordinaatistossa, että sijaiskytkennöissä kulkee stationaaritilassa tasavirta. Sähkökoneitten magneettipiirit poikkeavat yllä esitetyistä oikeastaan vain geometrisen monimutkaisuutensa vuoksi. Tietysti kiertokenttäkoneissa tarvitaan vähintään kaksivaiheinen käämitys tuottamaan pyörivä magneettivuo, jota kuvien 2.1 ... 2.3 yksinkertaisissa kytkennöissä ei esiintynyt. Kuvan 2.2 sijaiskytkentä toimii tietyin edellytyksin vaihtosähköllä muuntajille ja induktiokoneille. Kuvassa 2.3 esiintyvien toisiopuolen tasavirtojen vuoksi sijaiskytkennät soveltuvat sopivasti täydennettyinä käytettäväksi tahtikoneitten tarkasteluun.

Kuva 2.3 Käämin tasavirta magnetoi kuvan 2.1 magneettipiirit. Virrat on redusoitu ensiöön. Kestomagneetin virtuaalinen tasavirta saadaan jakamalla magnetointikäämin käämivuo (0.455 Vs) magnetoimisinduktanssilla  $L_{\rm m} = 2.84$  mH. Kestomagneetin virtuaalinen magnetoimisvirta on suuri, sillä tämän magneettipiirin reluktanssikin on erittäin suuri verrattuna käämillä N2 magnetoituun magneettipiiriin. Käämin N2 tasavirta synnyttää kaikkiaan 0.5 Vs:n käämivuon, joka jakaantuu ilmavälikäämivuohon hajaannukseen. ja Kestomagneetin tapauksessa kestomagneetin hajavuota ei kuvata tässä mitenkään. Todellisuudessa vain osa kestomagneetin mmv:sta magnetoi ilmaväliä. Pieni osa menee suoraan kestomagneetin hajavuoksi. Sen hajaannusta ei voi kuvata käämillä, koska mitään "kestomagneettikäämiä" ei ole.  $I_{mg} = I_2/\gamma$ .



#### 2.2 Umpinapatahtikoneen roottorikäämi

Tarkastellaan umpinapatahtikoneen roottorin yksivaiheista magnetointikäämitystä. Koska ilmavälin pituus on vakio, voidaan ilmaväliin synnyttää sinimuotoisesti jakautuva vuontiheys tuottamalla tasavirtamagnetointikäämityksellä sinimuotoisesti jakautunut mmv-jakauma, kuva 2.4.

Kuvan tapauksessa ilmavälin magneettivuon tiheyden funktio noudattaa likimäärin mmv-jakauman muotofunktiota  $\Theta(\alpha)$ . Käytetään niin sanottua ekvivalenttista ilmaväliä  $\delta_e$ , johon tulee synnyttää sinimuotoisesti vaihteleva vuontiheys

$$B(\alpha) = \frac{\mu_0}{\delta_e} \Theta(\alpha) \tag{2.2}$$

Tämä on mahdollista, kun ajatellaan Ampèren lain integraalimuotoa.  $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum I$ . Urittamalla roottorin kehä sopivasti ja asettamalla uriin virrallisia sauvoja saadaan tarkastelemalla eri integroimisteitä aikaiseksi kuvan 2.4 mukainen magnetomotorisen voiman porraskäyrä. Valitsemalla urien paikat ja urissa olevien virrallisten johtimien määrät sopivasti saadaan porraskäyrä lähelle sinimuotoista käyrää.



Kuva 2.4. Kaksinapaisen umpinapakäämityksen synnyttämä mmv-jakauma ja sen perusaalto. Yhden mmv-portaan korkeus on  $N_u I_F$ . Urassa on siis  $N_u$ -johdinta.

Urakäämityksen tunnuslukuja ovat urajako  $\tau_u$  ja urakulma  $\alpha_u$ . Urajako mitataan metreissä, mutta urakulma on sähköasteissa. Kun uraluku on Q ja ilmavälihalkaisija D, niin saadaan

$$\tau_{\rm u} = \frac{\pi D}{Q}; \, \alpha_{\rm u} = p \frac{2\pi}{Q}. \tag{2.3}$$

Kun umpinapakäämeissä urajako on usein vakio, on uravirta saatettava eri urissa erisuureksi. Tavallisesti uran johdinkierroksissa kulkee sama virta, joten urien johdinlukua on vaihdeltava. Kuvan 2.4 roottorin urissa on sama määrä johdinkierroksia ja niissä kulkee sama virta. Nähdään, että valitsemalla  $N_u$  hieman eri tavalla eri uriin saataisiin kuvan porraskäyrään nähden hieman paremmin sinimuotoa lähestyvä porraskäyrä.

#### 2.3 Oikosulkuroottori

Yksinkertaisin oikosulkukoneen roottori on massiivinen rautakappale, joka on sorvattu ja jyrsitty oikeaan muotoon. Massiiviroottori soveltuu lähinnä suurella nopeudella pyöriviin koneisiin ja joissakin tapauksissa myös normaalinopeuskäyttöön. Massiiviroottorille on tyypillistä sen suuri resistanssi sekä suuri roottorin hajareaktanssi. Lineaariseen materiaaliin tunkeutuvan aallon synnyttämän näennäistehon vaihekulma on 45°, mutta teräsroottorin kyllästyminen pienentää roottorin vaihekulmaa. Tyypillinen arvo massiiviroottorin roottorin vaihekulmalle vaihtelee kyllästyksestä riippuen 30°:n ja 45°:een välillä. Massiiviroottorin ominaisuuksia voidaan parantaa urittamalla roottorin pinta, kuva 2.5. Aksiaalisella urituksella ohjataan pyörrevirtojen kulkua vääntömomentin tuottamisen kannalta edulliseen suuntaan. Radiaalisella urituksella kasvatetaan suurtaajuisten ilmiöiden synnyttämien pyörrevirtojen kulkureittien pituutta. Tämä vaimentaa näitä pyörrevirtoja ja parantaa koneen hyötysuhdetta. Koneen roottorin rakenne vaikuttaa voimakkaasti koneen kehittämään vääntömomenttiin, kuva 2.6. Tavallinen häkkiroottori tuottaa selvästi suurimman vääntömomentin pienillä jättämäarvoilla, kun taas massiiviroottorit antavat hyvän käynnistysvääntömomentin.



Kuva 2.5. Erityyppisiä massiiviroottoreita. a) pitkittäisillä ja poikittaisilla urilla varustettu massiiviroottori (tämä malli vaatii oikosulkurenkaat, jotka voidaan toteuttaa joko jättämällä roottorin staattoria pitemmälle tuleva osa urittamatta tai esim. alumiinirenkain), b) urien lisäksi oikosulkurenkailla varustettu roottori, c) uritettu ja häkkikäämillä varustettu roottori. Myös aivan sileää roottoria voidaan käyttää.

Kuva 2.6. Erityyppisten oikosulkuroottorien tuottamat vääntömomenttikäyrät mekaanisen kulmanopeuden  $\Omega$  funktiona. a) normaali kaksoishäkkikäämiroottori, b) sileä massiiviroottori ilman oikosulkurenkaita, c) kuparisin oikosulkurenkain varustettu sileä massiiviroottori. d) aksiaalisesti ja tangentiaalisesti uritettu massiiviroottori, joka on varustettu kuparisin oikosulkurenkain.



Pienissä koneissa voidaan käyttää ns. Ferraris-roottoria. Tällä tarkoitetaan roottoria, jossa on laminoidun terässydämen päälle asennettu ohut kuparivaippa. Kuparivaippa muodostaa siihen indusoituville pyörrevirroille hyvän sulkeutumistien. Vaipan paksuus vaatii tietyn fyysisen tilan ilmavälistä, jonka sähköinen arvo kasvaa kuparin vaikutuksesta huomattavasti, koska kuparin suhteellinen permeabiliteetti on  $\mu_{\underline{r}} = 0.9999926$ . Kupari on diamagneettisena materiaalina siis hieman ilmaa heikompi magneettivuon kulkutie.

Induktiokoneen roottori voidaan valmistaa normaalina urakäämityksenä, jolloin noudatetaan edellisissä kappaleissa esitettyjä periaatteita. Käämitty roottori tulee valmistaa samalle napapariluvulle kuin staattorikin, joten napavaihtokoneisiin se ei käytännössä sovellu. Roottorin vaiheluku voi poiketa ensiön vaiheluvusta. Esimerkiksi kaksivaiheista roottoria voidaan käyttää pienissä liukurengaskoneissa staattorin ollessa kolmivaiheinen. Roottorikäämitys liitetään ulkoiseen piiriin liukurenkaiden kautta.

Tavallisin oikosulkukäämitys on häkkikäämitys, kuva 2.7. Sähkölevystä valmistetun roottorin uriin asetetaan tavallisesti eristämättömät sauvat, joiden päät yhdistetään hitsaamalla tai kovajuottamalla pääty- 1. oikosulkurenkaisiin. Oikosulkurenkaisiin kiinnitetään usein myös pienet rivat, jotka toimivat tuuletinsiipinä roottorin pyöriessä. Pienten koneiden häkkikäämitys valmistetaan valamalla puhtaasta alumiinista painevalun avulla sekä oikosulkurenkaat, tuuletinsiivet että roottorisauvat samanaikaisesti.



Kuva 2.7. Yksinkertainen häkkikäämitys. Tuuletinsiipiä ei ole piirretty kuvaan.  $Q_r = 24$ .

Kuvassa 2.8 on kaksinapaisen koneen kolmivaiheinen lävistäjäkäämitys roottorin päästä katsottuna. Jokainen roottorin vyyhti muodostaa samalla koko vaihekäämin, sillä roottorin uraluku on  $Q_r = 6$ . Tähtipiste 0 muodostaa symmetrian perusteella jännitteettömän pisteen. Jos jokaisessa käämissä on vain yksi kierros, voidaan käämit yhdistää tässä pisteessä. Roottorin luoma magneettijännite riippuu vain urassa kulkevasta virrasta, joten tähtipisteessä suoritettava käämitysten yhdistäminen ei vaikuta siihen. Tähtipisteen yhdistäminen roottorin toisesta päästä aiheuttaa kuitenkin käämityksen muuttumisen kuusivaiheiseksi tähtikytkennäksi, jossa kussakin vaiheessa on vain yksi sauva, siis puoli kierrosta. Kuusivaiheinen käämitys oikosuljetaan kytkemällä se myös toisesta päästä oikosulkuun. Koska koneen akseli vaatii oman tilansa, joudutaan tähtipiste muodostamaan oikosulkurenkaan avulla, kuten kuvassa 2.7 on tehty. Havaitaan, että kuva 2.8 esittää tähteen kytkettyä, oikosuljettua monivaihekäämitystä, jonka vaihekäämien luku kaksinapaisessa tapauksessa on sama kuin roottorin sauvaluku:  $m = Q_r$ .

Kuva 2.8 Kaksinapaisen roottorin kolmivaihekäämitys. Vaihekäämin kierrosluku on N = 1. Jos käämitys kytketään tähteen pisteestä 0 ja toisesta päästä oikosulkuun, syntyy kuusivaiheinen oikosuljettu käämitys, jonka käämikierrosluku on  $N = \frac{1}{2}$ .



Usein oletetaan, että pelkän perusaallon  $\nu = 1$  tarkastelu antaa kohtuullisen tarkan kuvan koneen ominaisuuksista. Tämä pätee häkkikäämityksille vain, kun otetaan huomioon sen sauvalukuun liittyvät ehdot. Häkkikäämitys suhtautuu eri tavoin eri aaltoihin  $\nu$ . Tästä syystä täytyy häkkikäämitystä tarkastella yleisen aallon  $\nu$  kannalta.

#### 2.4 Vaimennuskäämi

Vaimennuskäämien tehtävänä on stabiloida koneen käyntiä muutostiloissa. Ilman vaimennusta toimiva kone toimii verkkokäytössä vääntöjousen tavoin ja kerran herätettynä värähtelee periaatteessa ainaisesti. Käytännössä kaikissa konetyypeissä esiintyy vaimennusta ja värähtelyt heikkenevät vähitellen ilman vaimennuskäämiäkin. Umpinapageneraattoreissa voidaan käyttää virtuaalisena vaimennuskääminä roottorin massiivista runkoa, johon indusoituu käyttöä vaimentavia pyörrevirtoja muutostiloissa.

Tahtikoneitten vaimennuskäämit ovat oikosulkukäämityksiä, joiden johtimet ovat umpinapakoneiden tapauksessa samoissa urissa kuin napakäämityksetkin ja avonapakoneissa napakenkiin tehdyissä urissa. Kuva 2.9 esittää avonapakoneen vaimennuskäämityksen rakennetta.

Käämi valmistetaan yleensä pyörösauvoista ja naparungon päihin liitetään paksusta kuparilevystä meistetyt napalevyjen muotoiset levyt, joihin vaimennuskäämit joko hitsataan tai juotetaan kiinni. Viereisten napojen päätylevyt kytketään toisiinsa sopivilla yhdyskappaleilla, jotta syntyisi yhtenäinen häkkikäämi, joka muistuttaisi epätahtikoneen symmetristä häkkikäämitystä. Koska poikittaisakselilla (q) ei esiinny runkomateriaalia, ei häkkikäämityksessä voi olla tällä alueella sauvoja, vaan poikittaisakselin kohdalla olevat sauvat on jätettävä pois. Vaimennuskäämi toimii kuitenkin tehokkaasti poikittaissuuntaisten ilmiöitten vaimentamiseksi, sillä vierekkäisten napojen sauvat muodostavat erittäin tehokkaan oikosulkukäämin juuri poikittaiselle magneettivuolle. Koska napa on leveä, saadaan myös pitkittäissuuntainen vaimennus kohtalaiseksi. Koska magneettipiirin vaimennussauvojen sijainti ovat epäsymmetrisiä. on vaimennuskäämin rakenne ia suunnittelemiseksi vaikea esittää eksakteja yhtälöitä kuten voidaan tehdä oikosulkukoneen häkkikäämityksen tapauksessa. Kun lisäksi käytetään paksua johdinmateriaalia ja sen seurauksena muutostiloissa voimakas virranahto, on vaimennuskäämien mitoitus tavallisesti tehty kokemukseen perustuen. Umpinapakoneeseen on mahdollista tehdä täysin symmetrinen vaimennuskäämitys, joten sen suunnittelussa voidaan käyttää suoraan oikosulkukoneesta tuttuja yhtälöitä. Avonapakoneelle yhtälöt pätevät epämääräisesti. Umpinapakoneitten vaimennuskäämi on kuitenkin harvoin varsinainen käämitys. Usein tyydytään valmistamaan urakiilat sopivasta materiaalista, jotta kiilat voivat toimia vaimennussauvoina. Joskus kiilojen alle asennetaan esimerkiksi sopivia kupariliuskoja.



Kuva 2.9. Kuusinapaisen avonapakoneen vaimennuskäämitys.

Yleensä koneissa on kuitenkin erityisesti tarkoitusta varten rakennettu vaimennuskäämi. Varsinkin verkkokäyttöisissä koneissa vaimennus on täysin välttämätön. Tehoelektroniikalla ohjatuissa asentotakaisinkytketyissä käytöissä vaimennuskäämi voidaan jättää pois, mutta vaimennuskäämillä on koneen toimintaan myös säätökäytössä erittäin merkittävä vaikutus. Vaimennetun koneen dynaaminen vaste on parempi kuin vaimentamattoman koneen. Tehoelektroniikalla syötetyn koneen vääntömomentin nousunopeus on tyypillisesti noin kymmenkertainen verrattuna samanlaiseen, mutta vaimentamattomaan koneeseen.

Vaimennuskäämitys mahdollistaa verkkokäyttöisen moottorin käynnistämisen asynkronikoneena. Generaattorikäytössä vaimennuskäämin tehtävänä on vaimentaa epäsymmetristen kuormien aiheuttamia vastakenttiä.

Koska vaimennuskäämityksen rakenne on monimutkainen kuten myös vaikutusmekanismit, on perinteisesti tyydytty kokemusperäisiin mitoitusmenetelmiin. Jotta voitaisiin välttää epätoivottavien värähtelyitten ja melun syntyminen suositellaan vaimennuskäämille 10 .. 15 %:n eroa urajaon suhteen verrattuna ankkurikäämitykseen. Vaimennuskäämitys voidaan tehdä myös uravinoutta soveltaen, jolloin urajako voi olla samakin kuin staattorissa. Uravinous on yleensä yhden staattoriurajaon luokkaa.

Koska synkronigeneraattoreissa vaimennuskäämin tehtävä on vaimentaa vastakenttiä, olisi tämä tehtävä pystyttävä tekemään pienin häviöin. Niinpä tahtigeneraattorin vaimennuskäämin vastus pyritään tekemään pieneksi. Vaimennuskäämityksen sauvojen pinta-alaksi valitaan 20 ... 30 % ankkurisauvan kokonaispinta-alasta käytettäessä kuparia materiaalina. Yksivaihegeneraattoreissa esiintyvän voimakkaan vastakentän vuoksi niissä käytetään yli 30 %:n arvoja. Vastakentän aiheuttamien vaimennusvirtojen taajuus on kaksinkertainen ankkuritaajuuteen verrattuna, joten on mahdollista, että vaimennussauvojen virranahtoa olisi rajoitettava jakamalla sauvat osiin.

2.8

Oikosulkurenkaan poikkipinta-alaksi valitaan yleensä 30 ... 50 % navan vaimennussauvojen pintaalan summasta.

Koska moottoreissa vaaditaan sekä heilahteluitten vaimennusta että asynkronista käynnistystä, on varsinkin käynnistysvääntömomentin parantamiseksi käytettävä suurempaa vaimennuskäämin resistanssia kuin generaattoreissa. Koska moottoreita syötetään symmetrisellä järjestelmällä ei ilmavälin vastakenttiä tarvitse vaimentaa kuten generaattoreissa. Moottorien vaimennuskäämityksen sauvojen pinta-alaksi valitaan esimerkiksi vain 10 % ankkurisauvan pinta-alasta käytettäessä kuparia materiaalina. Mikäli pinta-alasta näin tulee epäkäytännöllisen pieni, voidaan käyttää huonosti johtavia sauvoja kuten pronssia ja yhtä suuria uria kuin generaattoreissa. Vaimennussauvamateriaalina voidaan käyttää myös messinkiä.

Vaimennuskäämien suunnittelu ja mallinnus on edelleen varsin vaikeaa. Numeerisin menetelmin on mahdollista yrittää aika-askeltavaa menetelmää soveltaen laskea todellisia vaimennusominaisuuksia, mutta käytännössä joudutaan edelleen turvautumaan perinteisiin aikavakioihin kuvattaessa vaimennuskäämien toimintaa. Voimakkaissa muutostiloissa esiintyvä virranahto ei suinkaan helpota tilannetta. Vaimennuksen mallinnus on edelleen haaste tulevaisuuden konesuunnittelulle ja sähkökäyttötehtäville. Verkkokäyttöisten moottorien tapauksessa vaimennusominaisuudet saattavat määrätä koneen mitoituksen ja käytännössä voimakkaat vääntötransientit vaativat verkkokäyttöisen koneen ylimitoittamista. Joskus voisi olla edullisempaa rakentaa tehoelektroniikalla ohjattu käyttö verkkokäytön tilalle, koska moottorikoko pienenisi merkittävästi. Säätökäyttöjä ei tarvitse ylimitoittaa tahtikäynnin varmistamiseksi.

#### 2.5 Kiertokenttäurakäämitys

Sähkömekaaninen energianmuunto perustuu yleensä pyörivään magneettikenttään. Sähkökoneen ilmaväliin on synnytettävä magneettivuon aalto. Aallon tuottaminen perustuu monivaiheiseen käämitykseen, joka tuottaa sähkökoneen ilmavälissä kiertävän magneettikentän.

Jotta etenevä aalto syntyisi tarvitaan monivaiheinen käämitys ja vastaava monivaiheinen vaihtovirta syöttämään käämitystä. Käämien magneettiakselit sijoitetaan paikalliseen vaihesiirtoon, joka kolmivaihekäämityksellä on 120° ja redusoidulla kaksivaihekäämityksellä 90°. Virroilla on vastaava ajallinen vaihesiirtonsa.

Kuvassa 2.10 esitetään, miten yksi - koneen halkaisijalla oleva - vyyhti muodostaa magnetomotorisen voiman portaan. Suorittamalla kyseiselle, amplitudiltaan yksikön korkuiselle porrasfunktiolle Fourier-analyysi, havaitaan, että sen perusaalto, joka kuvaan on merkitty katkoviivalla, saa amplitudikseen  $4/\pi$ .



Kuva 2.10. Yhden lävistäjävyyhdin synnyttämä magnetomotorisen voiman jakauma pyörivän sähkökoneen ilmavälissä. Mikäli koneessa on vain kaksi napaa, tulee koneen kehä kierretyksi kahden napajaon  $2\tau_p$  matkalla. Koska ympyrä on päättymätön, voidaan kuvitella, että yksi vyyhti synnyttää jatkuvan kanttiaallon, jonka Fourier analyysi on helppo.



Jos kuvan 2.10 käämitykseen syötetään sinimuotoisesti vaihtelevaa vaihtovirtaa, saadaan kuvan 2.11 mukaisesti vaihteleva sykkivä magnetomotorinen voima.

Käyttämällä lisäuria, voidaan magnetomotorisen voiman käyrämuotoa parantaa, mutta yksivaiheisen käämin mmv on kaikesta huolimatta sykkivä.

Kun halutaan pyörivä vuo, on käämityksessä oltava vähintään kaksi vaihetta, sillä niiden avulla voidaan synnyttää ns. kiertokenttä. Kaksi on vaihelukuna minimi, jotta käämitysten paikallinen vaiheero ja virtojen ajallinen vaihe-ero voidaan toteuttaa. kaksivaiheisia käämejä esiintyy runsaasti käytännössä erilaisissa yksivaiheisesti syötetyissä konejärjestelmissä. Teoreettisessa mielessä kaksivaihekäämi on tärkeä, sillä prosessoripohjaisissa sähkökäyttöjen säätöjärjestelmissä käytetään yleensä kaksivaiheajattelua.

Koska sähkönjakelujärjestelmä on tavallisesti kolmivaiheinen, ovat tärkeimmät sähkökoneiden kiertokenttäkäämityksetkin kolmivaiheisia.

Tarkastellaan seuraavassa vaihtovirtakoneiden monivaiheisia urakäämityksiä. Periaatteessa vaiheluku *m* voi olla mikä tahansa, mutta kolmivaiheisen jakeluverkon käyttäminen on johtanut siihen, että suurin osa sähkökoneista on myös kolmivaiheisia. Symmetrisen monivaihekäämityksen voidaan ajatella syntyvän seuraavaan tapaan: Ilmavälikehä jaetaan tasan kaikille navoille siten, että saadaan napakaari eli napajako, joka sähköisenä kulmana mitattuna vastaa 180°. Napajako  $\tau_p$  ilmoitetaan metreinä

$$\tau_{\rm p} = \frac{\pi D}{2p}.\tag{2.4}$$

Kuvassa 2.12 tarkastellaan koneen kehän jakamista vyöhykkeiksi. Kuvassa napapariluku p = 2, ja vaiheluku m = 3.



Kuva 2.12. Kolmivaiheisen nelinapaisen koneen kehän jakaminen vyöhykkeiksi. Napajako on  $\tau_p$  ja vyöhykejako on  $\tau_v$ .

Vyöhykejako saadaan yleisesti

$$\tau_{\rm v} = \frac{\tau_{\rm p}}{m} \,. \tag{2.5}$$

Vyöhykkeitä muodostuu näin 2pm kappaletta. Q-uraisen staattorin vyöhykkeeseen kuuluvan uraluvun ilmoittaa vakoluku (uraa napaa ja vaihetta kohti) q

$$q = \frac{Q}{2\,pm}.\tag{2.6}$$

Kolmivaiheisen sähkökoneen ankkurikäämitys asennetaan yleensä staattoriin ja jaetaan staattoriuriin avaruudellisesti siten, että staattorivirtojen synnyttämä magnetomotorinen voima olisi mahdollisimman tarkasti sinimuotoisesti jakautunut.

Yksinkertaisin staattorikäämi koostuu kolmesta vyyhdistä, joiden sivut on jaettu kuuteen uraan, kuvat 2.13 ja 2.14.





Kuva 2.13. Yksinkertaisin kolmivaihekäämitys hetkellä, jolloin  $i_W = i_V = -\frac{1}{2}$ ,  $i_U$ .  $(i_U+i_V+i_W = 0)$ . Kuvan alin osa esittää sitä, kuinka käämitys lävistää koneen. Koneen peräpään vyyhdenpäätä ei ole kuvattu todellisenkaltaisena, vaan vyyhti kulkee suoraan urasta toiseen kiertämättä otsaa pitkin. Vaiheiden *A*, *B* ja *C* päitä liittimillä merkitään U1-U2, V1-V2, W1-W2.



Kuva 2.14. Yksinkertaisen kolmivaihekäämityksen synnyttämä mmv hetkellä, jolloin  $i_{W} = i_{V} = -\frac{i_{2}}{i_{U}}$ . Ja hetkellä jolloin  $i_{W} = -i_{U}$ ,  $i_{V} = 0$ .  $i_{U}+i_{V}+i_{W} = 0$  aina nollajohdottomassa kolmivaihejärjestelmässä. Kuviin on merkitty myös porrasmaisen mmv-käyrän perusaallot. Porrasmainen käyrä saadaan soveltamalla Amperén lakia sähkökoneen virrallisella hammasalueella.

Kuvasta 2.14 havaitaan, että näin yksinkertaisen käämityksen synnyttämä magnetomotorinen voima poikkeaa paljon siniaallosta. Tämän vuoksi sähkökoneissa käytetään yleensä äskeistä enemmän sauvoja napaa ja vaihetta kohti.

Tarkastellaan seuraavassa kokovakokäämitystä, jossa p = 1 ja q = 2, m = 3 kuvat 2.15 ja 2.16.



Kuva 2.15. Kolmivaihekäämitys, jossa napaa ja vaihetta kohti on 2 vyyhdensivua. Vakoluku q = 2.



Kuva 2.16. Kuvan 2.15 käämityksen staattoriporauksen pinnalle luoma mmv hetkellä, jolloin  $i_{\rm W} = i_{\rm V} = -1/2 i_{\rm U}$ .

Kuvan 2.16 avulla havaitaan, että staattorikäämityksen mmv on sitä paremmin sinimuotoisesti jakautunut mitä suurempi on vakoluku q. Monivaiheisen (m > 1) kiertokenttästaattorikäämityksen (tai roottorikäämityksen) mmv:n perusaallon amplitudille  $\hat{\Theta}_{s1}$  pätee staattorivirran tehollisarvon ollessa  $I_s$ 

$$\hat{\Theta}_{s1} = \frac{m}{2} \frac{4}{\pi} \frac{\xi_1 N_s}{2p} \sqrt{2} I_s \,. \tag{2.7}$$

Esimerkiksi kuvan 2.15 tapauksessa, jos  $N_s = 200$ ,  $\xi_1 = 0.96$ , m = 3, p = 1 ja  $i_{sU}(t) = \hat{i} = 1$ A (jolloin tehollisarvo sinimuotoisella virralla on  $I_s = 1/\sqrt{2}$  A = 0.707 A), saadaan  $\hat{\Theta}_s = 183$  A.

#### 2.6 Uratähti

Koska käämitys on avaruudellisesti jaettu staattorin pinnalla oleviin uriin, ei käämityksen lävistävä vuo leikkaa kaikkia käämejä samalla tavalla samanaikaisesti, vaan tietyllä vaihesiirrolla. Tämän vuoksi käytetään ns. käämityskerrointa  $\xi$ , joka on hieman ykköstä pienempi luku. Käämikierrokseen indusoituva sähkömotorinen voima lasketaan käämivuon  $\Psi$ avulla soveltaen Faradayn induktiolakia

$$e = -N\xi \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t}.$$
(2.8)

Kuvassa 2.17 nähdään kuvan 2.15 kaksinapaisen käämityksen ns. uratähti.



Kuva 2.17. Kuvan 2.15 käämityksen uratähti  $Q_s = 12$ , p = 1,  $q_s = 2$ . Kuvaan on merkitty myös yhden vyyhdin jännitteen laskeminen uratähden säteiden avulla.

Vuon pyöriessä staattoriporauksen sisällä vyyhdensivuihin 1 ja 7 indusoituu samanaikaisesti maksimijännite. Jos vuo pyörii myötäpäivään indusoituu maksimijännite vyyhdensivuihin 2 ja 8 hetken kuluttua, jne.

U-vaiheen vyyhdit kulkevat urasta 1 uraan 8 ja urasta 2 uraan 7. Vyyhtiin 1 indusoituu siis jännite, joka on osoittimien  $\overline{U_1}$  ja  $\overline{U_8}$  erotus. Koko vaiheen jännite siten

$$\overline{U}_{U} = \overline{U_1} - \overline{U_8} + \overline{U_2} - \overline{U_7}, \qquad (2.9)$$

ja perusaallon käämityskerroin  $\xi_1$  määritellään tässä tapauksessa geometrisen summan ja itseisarvojen summan suhteena

$$\xi_{1} = \frac{\left|\overline{U_{1}} - \overline{U_{8}} + \overline{U_{2}} - \overline{U_{7}}\right|}{\left|\overline{U_{1}}\right| + \left|\overline{U_{8}}\right| + \left|\overline{U_{2}}\right| + \left|\overline{U_{7}}\right|} = 0.966 \le 1.$$
(2.10)

Käämityskerroin on aina pienempi tai yhtä suuri kuin 1. Arvon  $\xi_1 = 1$  se voi saavuttaa, kun q = 1. Yleisesti harmoniselle v käämityskerroin lasketaan

$$\xi_{\nu} = \frac{2 \sin \left(\nu \frac{W}{\tau_{p}} \frac{\pi}{2}\right) \sin \left(\frac{\nu}{m} \frac{\pi}{2}\right)}{\frac{Q_{s}}{mp} \sin \left(\nu \pi \frac{p}{Q_{s}}\right)}.$$
(2.11)

W, vyyhdenleveys, v, aallon järjestysluku,  $Q_s$ , staattorin uraluku, p, napapariluku, m, vaiheluku.

#### 2.7 Yliaallot

Urakäämitys kehittää vaiheluvusta *m* riippuen yliaallot (*k* on positiivinen kokonaisluku)

$$v = 1 \pm 2km \,. \tag{2.12}$$

2.14

Symmetrinen kolmivaihekäämitys voi kehittää aaltoja, jotka on mainittu taulukossa 1.

Taulukko 1 K	olmivaihekäämityksen	(m = 3)	) kehittämien	harmonisten	järjestyslukuja
--------------	----------------------	---------	---------------	-------------	-----------------

k	0	1	2	3	4	5	6	7
v	+1	+7	+13	+19	+25	+31	+37	+43
		-5	-11	-17	-23	-29	-35	-41

Havaitaan, että  $\nu = -1$  ja kaikki kolmella jaolliset aallot puuttuvat. Toisin sanoen symmetrinen monivaihekäämitys ei synnytä vastakkaiseen suuntaan kulkevaa perusaallon taajuista aaltoa. Sen sijaan yksivaiheinen käämitys m = 1 synnyttää myös aallon, jonka järjestysluku on  $\nu = -1$ . Tämä on erityisen haitallinen aalto, ja vaikeuttaa yksivaiheisten koneiden toimintaa. Esim. yksivaiheinen oikosulkumoottori ei negatiiviseen suuntaan pyörivän kentän vuoksi käynnisty ilman apuneuvoja.

Käämityskerroin ilmoittaa myös magnetomotorisen voiman suhteellisen suuruuden. Kuvaan 2.18 on piirretty jännekäämityksen (Q = 24, m = 3, q = 2,  $W/\tau_p = 5/6$ ) A-vaiheen mmv-jakauma ja sen perusaalto sekä kolmas yliaalto hetkellä t = 0, jolloin  $i_A = \hat{i}$ . Alhaisimpien harmonisten käämityskertoimet ja magnetomotoristen voimien amplitudit ovat:

v = 1	$\xi_1 = 0.965 \cdot 0.965 = 0.933$	$\hat{\Theta}_1 = 1.188 \ \hat{\Theta}_{max}$
v=3	$\xi_3 = -0.707 \cdot 0.707 = -0.5$	$\hat{\Theta}_3 = 0.212 \ \hat{\Theta}_{\max}$
v = -5	$\xi_5 = -0.258 \cdot 0.258 = -0.067$	$\hat{\Theta}_{-5} = 0.017 \ \hat{\Theta}_{\max}$

Vain aallot 1 ja 3 on piirretty kuvaan 2.18.



Kuva 2.18. Jännekäämitys ja sen A-vaiheen mmv-jakauman analyysi. Jakauma sisältää huomattavan määrän kolmatta yliaaltoa. Kuvaan on merkitty katkoviivoin perusaalto ja kolmas aalto.

Yliaaltojen voimakkuus lausutaan usein prosentteina perusaaltoon verrattuna. Tässä tapauksessa kolmannen aallon amplitudi on noin 22 % perusaallon amplitudista. Tästä ei kuitenkaan ole

kolmivaihekoneessa haittaa, koska käämitysten yhdessä synnyttämässä mmv-aallossa kolmas aalto kumoutuu. Tätä havainnollistaa kuva 2.19, jossa kuvan 2.18 käämityksessä kulkee virrat  $i_A = -2i_B = -2i_C$ , ja  $i_A = \hat{i}$ .



Kuva 2.19. Kolmannen yliaallon kumoutuminen kolmivaiheisessa käämityksessä. Käämityksessä kulkee virrat  $i_A = -2i_B = -2i_C$ . Havaitaan, että B- ja C-vaiheiden kolmannet yliaallot laskettuna yhteen A-vaiheen aallon kanssa kumoavat toisensa.

Yksi- ja kaksivaihekoneissa vakoluku on tehtävä suuremmaksi kuin kolmivaihekoneissa. Lisäksi uriin saatetaan joutua sovittamaan eri määrä johtimia, jotta mmv:n murtoviiva  $\Theta(\alpha)$  lähenisi sinimuotoa.

Monivaihekäämitys kehittää siis yliaallot, joiden järjestysluvut saadaan yhtälöstä (2.12). Kun staattoria syötetään kulmataajuudella  $\omega_s$ , yliaallon  $\nu$  kulmanopeus staattorin suhteen on

$$\omega_{vs} = \frac{\omega_s}{v}.$$
 (2.13)

Kun yliaallon etumerkki otetaan huomioon, huomataan, että eri harmonisten aallot etenevät ilmavälissä eri suuntiin. Tätä havainnollistaa jo kuva 2.14, josta havaitaan että mmv-aallon muoto muuttuu aallon edetessä ilmavälissä. Aallon muodonmuutos on nimenomaan indikaatio siitä, että harmoniset amplitudit kulkevat eri nopeuksilla ja eri suuntiin. Harmoninen indusoi staattorikäämitykseen perusaaltotaajuisen jännitteen. Harmonisen järjestysluku ilmaisee, kuinka monta harmonisen aallonpituutta mahtuu yhden perusaallon napaparin matkalle  $2\tau_p$ . Näin voidaan kirjoittaa harmonisen aallon napapariluku ja napajako

$$p_{\rm v} = {\rm v}p\,,\tag{2.14}$$

$$\tau_{\nu} = \frac{\iota_{\rm p}}{\nu}.\tag{2.15}$$

*v*:nnen harmonisen amplitudi määräytyy perusaallon mmv:n amplitudista järjestysluvun avulla ja käämityskertoimien suhteessa

$$\hat{\Theta}_{\nu} = \hat{\Theta}_1 \frac{\xi_{\nu}}{\nu \xi_1}.$$
(2.16)

Kuva 2.20 osoittaa selvästi, miten vakoluvun kasvattaminen parantaa käyrämuotoa, nyt  $q_s = 3$ . kuvasta nähdään, että A-vaihekäämin magneettiakseli on kuvan keskelle piirretyn nuolen suuntainen. Koska kyseessä on kolmivaihekone, B- ja C-vaiheiden virtojen suuntien tulee olla sellaiset, että B- ja C-vaiheen magneettiakselit ovat 120<sup>o</sup>:een päässä A-vaiheen magneettiakselista.



Kuva 2.20 a) Kolmivaiheinen limikäämitys p = 1,  $q_s = 3$ ,  $Q_s = 18$ . Vain katsojanpuoleinen A-vaiheen käämityksen vyyhdenpää on näkyvissä. Koneen toisessa päässä kulkevat vastaavanlaiset vyyhdit paitsi, että siirtyminen urasta toiseen tapahtuu vain toisessa päässä. Kuvaan on myös merkitty vaihekäämien magneettiakselit. Kuvan virransuunnat vastaavat tilannetta, jossa B- ja C-käämien virta on A-käämin virran negatiivinen puolikas. Syntyvän vuon  $\Phi$  ja käämivuon  $\Psi$  suunta on tällä hetkellä A-vaiheen magneettiakselin suunta. b) Käämityksen magnetomotorinen voima.

Kiertokenttäkoneen staattorissa esiintyvä monivaiheinen staattorikäämitys synnyttää monivaiheisen symmetrisen virran kulkiessa käämityksessä vuoaallon. Vuoaalto syntyy, kun esim. kuvan 2.20 mmv etenee sivusuunnassa monivaihekäämityksen virtojen muuttuessa sinimuotoisesti ajan funktiona. Esimerkiksi kolmivaihekäämityksessä siis ajallisesti 120°:een vaihesiirrossa vaihtelevat sinimuotoiset virrat synnyttävät paikallisesti 120° sähköasteen välein asetelluissa käämityksissä sekä ajallisesti että paikallisesti vaihtelevan vuon, joka etenee aaltona staattorin sisäpinnalla.

Piirretään kuvan 2.20 käämityksen mmv-käyriä kolmivaihevirran eri ajanhetkinä kuvaan 2.21.



Kuva 2.21. Kolmivaihekäämityksen synnyttämä magnetomotorinen voima neljillä eri kolmivaihevirran arvoilla. Aallon havaitaan etenevän oikealle, kun virrat muuttuvat. Vuon huipun paikka siirtyy oikealle ajan kuluessa.

Koneen staattoriporauksessa etenevä mmv-aalto synnyttää tällaisessa käämityksessä kehää pitkin etenevän ja siis pyörivän kentän. Kiertokenttäkoneen käämitys on synnytetty.

Käämin lävistävä päävuo vaihtelee lähes sinimuotoisesti ajan funktiona

$$\boldsymbol{\Phi}_{\rm h}(t) = \hat{\boldsymbol{\Phi}}_{\rm h} \sin \omega t \,. \tag{2.17}$$

Faradayn induktiolain mukaan indusoituva jännite saadaan käämivuon  $\Psi$ avulla

$$e_{\rm smv1} = -\frac{\mathrm{d}\,\Psi_1}{\mathrm{d}t} = -N\xi_1 \frac{\mathrm{d}\,\Phi_{\rm h}}{\mathrm{d}t} = -N\xi_1 \omega \hat{\Phi}_{\rm h} \cos \omega t \,. \tag{2.18}$$

Kun indusoituvaa jännitettä pidetään sinimuotoisena, saadaan tehollisarvoksi

$$E = \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{e} = \frac{1}{\sqrt{2}}\omega\xi_1 N\hat{\Phi}_{\rm h}.$$
 (2.19)

Tämän laskemiseksi on tunnettava perusaaltoon liittyvä vuon huippuarvo, joka täytyy laskea integroimalla vuontiheys napajaon ja kuvitellun koneen pituuden yli, kuva 2.22.

$$\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{\rm h} = \int_{0}^{\tau_{\rm p}} \int_{0}^{L'} (\boldsymbol{B}_{\delta}) \mathrm{d}\,\boldsymbol{\pi} \mathrm{d}\boldsymbol{L} \,. \tag{2.20}$$

Jos oletetaan vuontiheysjakauma sinimuotoiseksi x:n suhteen ja vakioksi y:n suhteen, saadaan vuon huippuarvo suorittamalla integraali (2.20)

$$\hat{\Phi}_{\rm h} = \alpha_{\rm i} \hat{B}_{\delta} \tau_{\rm p} L', \qquad (2.21)$$

missä  $\alpha_i$  on x-suunnassa vuontiheyden aritmeettista keskiarvoa osoittava kerroin, joka sinimuotoisella vuontiheysjakaumalla saa arvon  $\alpha_i = 2/\pi$ .



Kuva 2.22. Napajaon yli ulottuva vuontiheysjakauma integroituna pinnan yli antaa koneen maksimivuon.

#### 2.8 Kiertokenttäkäämin magnetoimisinduktanssi

Monivaihekiertokenttäkoneet ovat keskeisiä laitteita sähkökäytöissä. Lasketaan monivaiheisen käämityksen magnetoimisinduktanssi kyllästymättömälle koneelle. Koneen vuon huippuarvo on napajaosta  $\tau_p$ , koneen pituudesta L' ja ilmavälivuontiheydestä  $B_{\delta}$  riippuvainen kuten yllä juuri todettiin. Yhden vaiheen käämivuolle saadaan vastaavasti kertomalla tehollisilla käämikierroksilla  $\xi N$ 

$$\hat{\Psi}_{\rm h} = \xi N_{\rm s} \frac{2}{\pi} \cdot \tau_{\rm p} \cdot L' \cdot \hat{B}_{\delta} \tag{2.22}$$

Toisaalta ilmavälin magneettivuontiheys ekvivalenttisessa ilmavälissä  $\delta_{de}$  voidaan määrittää käyttäen vaiheen magnetomotorista voimaa  $\Theta$ 

$$\hat{B}_{\delta} = \frac{\mu_0 \cdot \hat{\Theta}_s}{\delta_{de}}.$$
(2.23)

Yhden vaiheen käämivuolle saadaan nyt

$$\hat{\Psi}_{\rm h} = \xi \cdot N_{\rm s} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mu_0 \cdot \hat{\Theta}_{\rm s}}{\delta_{\rm de}} \tau_{\rm p} \cdot L' \tag{2.24}$$

Vaihekäämin mmv on

$$\hat{\Theta}_{\rm s} = \frac{4}{\pi} \frac{\xi \cdot N_{\rm s}}{2p} \cdot \sqrt{2} \cdot I_{\rm s} \,. \tag{2.25}$$

Sijoitus antaa käämivuolle

$$\hat{\Psi}_{\rm h} = \xi_1 N_{\rm s} \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mu_0}{\delta_{\rm de}} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\xi_1 N_s}{2p} \cdot \tau_{\rm p} \cdot L' \cdot \sqrt{2} I_{\rm s}, \qquad (2.26)$$

$$\hat{\Psi}_{\rm h} = \frac{2}{\pi} \mu_0 \frac{1}{2p} \frac{4}{\pi} \frac{\tau_{\rm p}}{\delta_{\rm de}} L' (\xi_1 N_{\rm s})^2 \cdot \sqrt{2} I_{\rm s}.$$
(2.27)

Virran huippuarvolla jakamalla saadaan yhden vaiheen pääinduktanssi

$$L_{\rm p} = \frac{2}{\pi} \mu_0 \frac{1}{2p} \frac{4}{\pi} \frac{\tau_{\rm p}}{\delta_{\rm de}} L (\xi_1 N_{\rm s})^2.$$
(2.28)

Koneen magnetoimisinduktanssi on laskettavissa kertomalla pääinduktanssi m/2:lla

$$L_{\rm m} = \frac{m}{2} \frac{2}{\pi} \mu_0 \frac{1}{2p} \frac{4}{\pi} \frac{\tau_{\rm p}}{\delta_{\rm de}} L \cdot (\xi_1 N_{\rm s})^2$$
(2.29)

Jos kone käy vakiotaajuudella, kuten esim. sähkölaitoskäytössä, voidaan käyttää reaktansseja. Yhtälön (2.29) magnetoimisinduktanssia vastaa magnetoimisreaktanssi  $X_m$ 

$$X_{\rm m} = \omega L_{\rm m} \,. \tag{2.30}$$

Jos kone magnetoidaan pelkästään staattorin kiertokenttäkäämityksellä, saadaan staattorin magnetoimisvirta ilmavälijännitteen  $U_{s\delta}$  avulla

$$I_{\rm ms} = U_{\rm s\delta} / X_{\rm ms}$$
. (2.31)

#### 2.9 Käämijärjestelmät

Esitetään katsaus erilaisiin käämijärjestelmiin. Taulukko 2 esittelee käytännössä esiintyvät käämijärjestelmät. Teollisuusmoottoreissa yleisimmin esiintyy kolmivaihekäämitys. Suurissa tahtikoneissa käytetään jonkin verran kuusivaiheista käämitystä tehoelektronisten käyttöjen yhteydessä. Yksi- ja kaksivaihekäämejä esiintyy useimmin pienissä induktiomoottoreissa, joita syötetään suoraan yksivaiheisesta sähköverkosta.

Joissain erikoistapauksissa voidaan harkita useammankin, eri vaihesiirrossa olevan kolmivaihekäämityksen käyttämistä samassa koneessa. Tällainen tulee kyseeseen esim. suurehkoissa, 690 V:n nopeakäyntisissä koneissa, joissa käämitysratkaisua rajoittaa nimenomaan käämiratkaisujen puute.

Taulukko 2 Sähkökoneiden käämitysten vaihejärjestelmät. Neljäs sarake esittelee ns. radiaalisymmetrisiä käämitysmahdollisuuksia.



Sähkökoneen yhdellä magneettiakselilla voi sijaita ainoastaan yhden vaihekäämin akseli. Jos samalle akselille sijoitetaan toinen vaihekäämi, ei muodostu aitoa monivaihejärjestelmää, koska molemmat käämit synnyttävät samansuuntaisen vuon. Tämä vuoksi redusoituu jokainen parillisen määrän sisältävä vaihejärjestelmä sisältämään vain puolet alkuperäisestä vaihemäärästä *m'* taulukon 2 mukaisesti. Mikäli reduktiossa syntyy järjestelmä, jossa on pariton määrä vaiheita, saadaan ns. radiaalisymmetrinen monivaihejärjestelmä, jota kutsutaan **normaalijärjestelmäksi**.

3. AVA	ARUUSVEKTORITEORIAN PERUSTE	
3.1	Johdanto magnetomotorisen voiman avaruusvektoriin	1
3.1	1.1 Avaruusvektorin matemaattinen muoto	
3.1	1.2 Avaruusvektorin kaksiakselinen esitys	
3.1	1.3 Avaruusvektorin koordinaatistomuunnos	7
3.2	Jänniteyhtälöt	
3.3	Avaruusvektorimalli	9
3.4	Kaksiakselimalli	
3.5	Avaruusvektorien soveltaminen	

# 3. AVARUUSVEKTORITEORIAN PERUSTEET

Sähkökoneiden muutostilojen käsittely on tullut entistä tärkeämmäksi sähkökäyttöjen kehittyessä. Yhä useammin moottoria syötetään esimerkiksi taajuudenmuuttajan avulla, jolloin jännite on kaukana sinimuodosta. Sinisähkölläkin syötettäessä sähkökoneet joutuvat usein muutostiloihin mm. käynnistyksessä ja prosessien säädön yhteydessä. Perinteistä sinimuotoisille suureille stationaarisessa tilassa pätevää yksivaiheista sijaiskytkentää ei voida käyttää muutostilojen käsittelyyn. Avaruusvektoriteoria on kehitetty näiden sähkökoneissa esiintyvien muutostilojen käsittelyyn.

Avaruusvektoriteoriassa tehdään yleensä seuraavat yksinkertaistavat olettamukset:

- 1. vuontiheyden jakauma ilmavälissä on sinimuotoinen,
- 2. magnetointipiirin kyllästys oletetaan vakioksi,
- 3. rautahäviöitä ei ole ja
- 4. resistanssit sekä induktanssit ovat lämpötilasta ja taajuudesta riippumattomia

Sinimuotoisuuden oletus johtaa varsin hyviin tuloksiin, sillä kiertokenttäkoneitten rakenteissa pyritään siihen, että vuontiheyden muoto ilmavälissä olisi mahdollisimman sinimuotoinen. Usein avaruusvektoriteorian perusteita opetettaessa oletetaankin kukin vaihekäämi rakennetuksi niin, että se yksinään tuottaa sinimuotoisen vuontiheyden. Tämä oletus on tietysti väärä, mutta ei johda huonoon tulokseen, sillä varsinkin kolmivaihekoneissa käämitysten yhdessä synnyttämän vuontiheyden käyrämuoto on varsin kaunis, vaikka yksittäisen käämin synnyttämä vuontiheyskäyrä onkin kaukana sinimuodosta.

Aluksi käsitellään kolmivaihesuureista muodostettavaa avaruusvektoria, jonka perusteella voidaan tarkastella varsinaista avaruusvektorimallia. Avaruusvektoreiden matemaattinen käsittely edellyttää suureiden koordinaatistomuunnoksia, joiden perusteita esitetään myös lyhyesti.

# 3.1 Johdanto magnetomotorisen voiman avaruusvektoriin

Kuvaan 3.1 on merkitty kaksinapaisen kolmivaihekoneen staattorivaihekäämien A, B ja C magneettiakselit. Tässä oletetaan, että kukin vaihekäämitys synnyttää yksinään ilmaväliin sinimuotoisen vuontiheysjakauman.



Kuva 3.1 Staattorivaihekäämien magneettiakselit. Tässä oletetaan, että kukin käämitys synnyttää yksinään ilmaväliin sinimuotoisen vuontiheysjakauman.

Siirryttäessä tarkastelemaan sähkökoneita avaruusvektoriteorian avulla kuvataan uriin jaetut staattorin vaihekäämit yleensä magneettiakseleille keskitetyillä käämeillä kuvan 3.2 mukaisesti.



Kuva 3.2 Avaruusvektoriteoriassa kuvataan uriin jaetut staattorin vaihekäämit yleensä magneettiakseleille keskitetyillä käämeillä.

Tarkastellaan A-vaiheen käämityksen aiheuttamia kentänvoimakkuuksia kuvassa 3.3 kohdassa  $\gamma$  koneen kehällä. Radiaalisesti koneen ilmavälissä suuntautunut kentänvoimakkuus  $H_A(\gamma)$ , jonka A-vaiheen virta aiheuttaa, lasketaan Ampèren lain avulla. Tarkastellaan kuvan 3.3 mukaista integroimistietä, joka koneen kehällä kulkee kulman  $\gamma$ :sta  $\gamma + \pi$ :hin. Koneen käämitystiheys radiaania kohti on  $N_s/2 \sin \gamma$ . Ilmavälin magneettikentänvoimakkuuden lausekkeeksi saadaan vaiheen A hetkellistä virtaa  $i_A$  soveltaen

$$H_{\rm A} = \frac{N_{\rm s} i_{\rm A}}{\delta} \cos \gamma \,. \tag{3.1}$$



Kuva 3.3 Ampèren lain soveltaminen eräälle integroimistielle. Urien johdintiheyttä on pyritty havainnollistamaan johtimien halkaisijoiden koolla.

Alaindeksillä A ilmaistaan, että kentänvoimakkuus on A-vaiheen yksinään synnyttämä. Sovitaan samalla, että roottorista staattorinpäin vaikuttava kentänvoimakkuus on positiivinen ja päinvastoin vaikuttava kentänvoimakkuus on negatiivinen. Vastaava ilmavälivuontiheys kohdassa  $\gamma$ on

$$B_{\rm A} = \mu_0 H_{\rm A} = \mu_0 \frac{N_{\rm s} i_{\rm A}}{\delta} \cos \gamma \,. \tag{3.2}$$

Magnetomotoriselle voimalle saadaan vastaavasti

$$\Theta_{\rm A} = \delta H_{\rm A} = N_{\rm s} i_{\rm A} \cos \gamma \,. \tag{3.3}$$

Kun magneettinen kyllästys jätetään huomiotta magnetomotorinen voima, magneettikentänvoimakkuus ja magneettivuontiheys ilmavälissä ovat toisistaan lineaarisesti riippuvia. Käsittelemällä vastaavalla tavalla kahta muuta vaihetta saadaan

$$\Theta_{\rm B} = N_{\rm s} i_{\rm B} \cos\left(\gamma - \frac{2}{3}\pi\right),\tag{3.4}$$

ja

$$\Theta_{\rm C} = N_{\rm s} i_{\rm C} \cos\left(\gamma - \frac{4}{3}\pi\right). \tag{3.5}$$

yhtälöt (2.3 ... 2.5) osoittavat, että millä tahansa ajanhetkellä kunkin vaiheen magnetomotorisen voiman huippuarvo osuu vaiheen magneettiakselille. Lisäksi käämitysten sinimuotoisesta johdintiheydestä johtuen mmv:t ovat sinimuotoisia. Tämä sinimuotoisuus säilyy virtojen hetkellisarvoista huolimatta olkoonpa vaikka jonkin vaiheen virta tasavirtaa ja kahden muun mielivaltaista käyrämuotoa ajan funktiona noudattavia.

Kuvaan 3.4 on piirretty eri vaiheiden staattorikoordinaatistoon sidotut hetkelliset symmetrisen kolmivaihejärjestelmän vaihevirrat  $i_A$ ,  $i_B$  ja  $i_C$  hetkellä 1, jolloin A-vaiheen virta on maksimissaan ja B- sekä C-vaiheen virta on puolet negatiivisesta maksimiarvosta. Kuvaan on myös merkitty näitä virtoja vastaavat vaihekohtaisten sinimuotoisten magnetomotoristen voimien amplitudit  $\theta_{A1}$ ,  $\theta_{B1}$  ja  $\theta_{C1}$ . Esimerkiksi

$$\theta_{A1} = \xi_1 N_A i_A. \tag{3.6}$$

Amplitudit on merkitty kunkin sinimuotoisen magnetomotorisen jakauman huipun kohdalle. Huipun kohdat yhtyvät magneettiakseleihin. Vaihekohtaisten magnetomotoristen voimien summana syntyy kokonaismagnetomotorinen voima.



Kuva 3.4 Kokonaismagnetomotorisen voiman muodostuminen vaihekohtaisista magnetomotorisista voimista. Vaihekohtaiset magnetomotoriset voimat syntyvät vaihevirtojen tuloksena.

Avaruusvektoriesitys mahdollistaa kolmivaihesuureen esittämisen yhdellä kompleksitasossa pyörivällä avaruusvektorilla, mikä tekee sähkökoneen matemaattisesta käsittelystä tehokasta.

#### 3.1.1 Avaruusvektorin matemaattinen muoto

Tarkastellaan nyt käämitysten synnyttämien sinimuotoisten jakaumien kuvaamista matemaattisessa muodossa. Koska kolmivaihekoneessa eri vaiheiden välillä on 120 sähköasteen paikallinen vaihesiirto, otetaan seuraavaksi käyttöön vaiheensiirto-operaattori

$$\boldsymbol{a} = \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{3}},\tag{3.7}$$

jonka avulla staattorin vaiheiden magnetomotoristen voimien hetkellisarvoista voidaan muodostaa staattorin (alaindeksi <sub>s</sub>) magnetomotorisen voiman avaruusvektorin  $\theta_{s}'(t)$ , jonka kaikki kolme vaihekäämiä virtoineen yhdessä synnyttävät.

$$\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{s}}'(t) = \left(\boldsymbol{a}^{0}\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{sA}}(t) + \boldsymbol{a}^{1}\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{sB}}(t) + \boldsymbol{a}^{2}\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{sC}}(t)\right)$$
(3.8)

Oletetaan, että koneessa on vakioilmaväli  $\delta$ , ja että rautaosien permeabiliteetti on hyvin suuri. Tällöin vakioilmavälisessä koneessa magneettikentänvoimakkuus vaihtelee suhteessa magnetomotorisen voiman suuruuteen. Jaetaan yhtälön (3.8) magnetomotoristen voimien arvot tehollisella käämikierrosmäärällä ja todetaan, että saadaan täysin analogisesti määritetyksi vaihevirtojen muodostama avaruusvektori  $i_{s}'(t)$ , joka voidaan esittää ajan funktiona staattorikoordinaatistossa yhtälöllä

$$\mathbf{i}_{s}'(t) = \left(\mathbf{a}^{0}i_{sA}(t) + \mathbf{a}^{1}i_{sB}(t) + \mathbf{a}^{2}i_{sC}(t)\right).$$
(3.9)

Tämä virtavektori kuvaa siis käämitysten yhdessä synnyttämän magnetomotorisen voiman vaikutusta. Sillä on sama suunta kuin magnetomotorisella voimalla. Voidaan osoittaa, että staattorivirran avaruusvektorin suuruus on yhtälön (3.9) tapauksessa 3/2-osaa sinimuotoisen virran huippuarvosta.

Staattorivirtavektorin  $i_s$ ' asemesta kirjallisuudessa käytetään usein kertoimella 2/3 redusoitua virtavektoria  $i_s$ .

$$\dot{\mathbf{i}}_{s}(t) = \frac{2}{3} \left( \mathbf{a}^{0} i_{sA}(t) + \mathbf{a}^{1} i_{sB}(t) + \mathbf{a}^{2} i_{sC}(t) \right)$$
(3.10)

Vektorin redusointi kertoimella 2/3 helpottaa avaruusvektorien käyttöä, sillä tällä tavalla määritellyn virtavektorin yhteydessä voidaan käyttää koneen todellisen sijaiskytkennän mukaisia parametreja – resistansseja ja induktansseja.

Vastaavasti kuin virtavektori, määritellään staattorin jännitevektori  $u_s(t)$  analogisesti staattorivirtavektorin kanssa, vaikka sillä ei olekaan yhtä selvää fysikaalista merkitystä kuin virtavektorilla, jolla on käämin virran mmv:n suunta

$$\boldsymbol{u}_{s}(t) = \frac{2}{3} \left( \boldsymbol{a}^{0} \boldsymbol{u}_{sA}(t) + \boldsymbol{a}^{1} \boldsymbol{u}_{sB}(t) + \boldsymbol{a}^{2} \boldsymbol{u}_{sC}(t) \right)$$
(3.11)

Tässä käytetään samoja magneettiakselien suuntia kuin virrankin määritelmässä.

Vastaavasti käämivuovektori koostuu analogisesti vaihesuureista

$$\psi_{\rm s}(t) = \frac{2}{3} \left( a^0 \psi_{\rm sA}(t) + a^1 \psi_{\rm sB}(t) + a^2 \psi_{\rm sC}(t) \right).$$
(3.12)

Samalla tavalla voidaan muodostaa roottorin virta-, jännite ja käämivuovektorit.

Siirryttäessä vektoriesitykseen aletaan samalla käyttää vektoriesitystä kaikista virta-, jännite ja käämivuokomponenteista. Tällöin vektoreiden välillä esiintyvät normaalit piirianalyysistä ja kolmivaihejärjestelmästä johtuvat suhteet.

#### 3.1.2 Avaruusvektorin kaksiakselinen esitys

Kolmivaihekäämitys voidaan seuraavaksi korvata ekvivalenttisella kaksivaiheisella käämityksellä ja siirtyä siten luontevasti avaruusvektorin kaksiakseliseen esitykseen.

Kuvassa 3.5 on esitetty symmetriset kolmivaihevirrat  $i_A$ ,  $i_B$  ja  $i_C$  aikatasossa. Kuvaan on myös merkitty tilannetta vastaava hetki, jossa C-vaiheen virta on negatiivisessa maksimissaan ja A- sekä B-vaiheen virta on puolet positiivisesta maksimiarvosta.

Kuvassa 3.6 on esitetty staattorivirran avaruusvektoria  $i_{s'}$  vastaavat symmetriset kaksivaihevirtakomponentit  $i_{sx}'$  ja  $i_{sy}'$  aikatasossa. Kuvien 3.5 ja 3.6 aika-akselin nollapisteet on asetettu samaan Mikäli kaksivaihejärjestelmässä on hetkeen. sama käämikierrosluku, symmetrisen kaksivaihejärjestelmän virtojen isx' ja isy' huippuarvojen pitää olla 1.5-kertaiset verrattuna vastaaviin symmetrisiin kolmivaihevirtoihin, jotta syntyy sama magnetomotorinen voima. Avaruusvektori  $i_s$ kolmivaiheisessa järjestelmässä aina vähintään kahdesta vaihevirrasta. syntyv mutta kaksivaihetapauksessa on hetkiä, jolloin virran avaruusvektori syntyy pelkästään toisen vaihevirran  $(i_{sx}' tai i_{sy}')$  vaikutuksesta.



Kuva 3.5. Kolmivaihevirrat esitettynä aikatasossa

Kuva 3.6 Vastaavan mmv:n synnyttävät kaksivaihevirrat.

Seuraavaksi määritetään matemaattiset muunnokset A–, B– ja C–akseleilla esitetyistä kolmivaihevirtojen hetkellisarvoista xy-akseleilla esitetyiksi staattorivirran avaruusvektorikomponenteiksi. Molemmat akselistot ovat kiinteitä ja A-akselin ja x-akselin välillä on vakiokulman  $\kappa$ -suuruinen vaihesiirto.

Kun mahdollinen nollaverkon virtakomponentti  $i_{0s}$  vielä otetaan huomioon, saadaan kolmivaihevirtojen hetkellisarvoille seuraava matriisimuoto

$$\begin{bmatrix} i_{\text{sA}} \\ i_{\text{sB}} \\ i_{\text{sC}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \kappa & \sin \kappa & 1 \\ \cos(\kappa + 120^{\circ}) & \sin(\kappa + 120^{\circ}) & 1 \\ \cos(\kappa + 240^{\circ}) & \sin(\kappa + 240^{\circ}) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\text{sx}}^{\text{s}} \\ i_{\text{sy}}^{\text{s}} \\ i_{\text{s0}}^{\text{s}} \end{bmatrix},$$
(3.13)
virtakomponenteista

ja muunnokselle kolmivaiheisista kaksivaihevirtakomponenteiksi saadaan muoto

$$\begin{bmatrix} i_{\text{sx}}^{\text{s}} \\ i_{\text{sy}}^{\text{s}} \\ i_{\text{s0}}^{\text{s}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \kappa & \cos(\kappa + 120^{\circ}) & \cos(\kappa + 240^{\circ}) \\ \sin \kappa & \sin(\kappa + 120^{\circ}) & \sin(\kappa + 240^{\circ}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\text{sA}} \\ i_{\text{sB}} \\ i_{\text{sC}} \end{bmatrix}.$$
 (3.14)

Symmetrisessä tilanteessa kolmivaihejärjestelmässä nollakomponenttia ei esiinny. Yleensä kulma  $\kappa$  asetetaan nollaksi ja vaihevirtojen nollakomponentti oletetaan merkityksettömäksi.

### 3.1.3 Avaruusvektorin koordinaatistomuunnos

Vektorisäätöjä toteutettaessa tarvitsee usein siirtyä koordinaatistosta toiseen. Tätä tarvetta voi perustella esimerkiksi magneettisella epäsymmetrialla tai sillä, että siirtymisen ansiosta säätö tulee muuten helpommaksi. Esimerkiksi oikosulkumoottorin perinteinen vektorisäätö on yleisimmin toteutettu roottorikäämivuo-orientoidussa koordinaatistossa. Tahtikoneiden tapauksessa on vastaavasti usein luontevinta käyttää roottorikoordinaatistoa. Kuvaannollisesti roottorikoordinaatistoon siirtyminen vastaa sitä, että hyppäämme roottorille ja tarkastelemme asioita sieltä käsin. Staattori näyttää nyt pyörivän ohitsemme kovaa kyytiä.

Kuvan 3.7 avulla voidaan todeta seuraavien yhtälöiden paikkansapitävyys haluttaessa siirtyä staattoriin kiinnitetyistä akseleista xy yleisellä kulmanopeudella  $\omega_g$  pyörivään koordinaatistoon, jonka akseleita merkitään d<sup>g</sup>:llä ja q<sup>g</sup>:llä. Tarkastellaan staattorivirtavektorin  $i_s$  komponentteja eri koordinaatistoissa

$$i_{\rm sd}^{\rm g} = i_{\rm sx} \cos \omega_{\rm g} t + i_{\rm sy} \sin \omega_{\rm g} t , \qquad (3.15)$$

$$i_{\rm sq}^{\rm g} = -i_{\rm sx} \sin \omega_{\rm g} t + i_{\rm sy} \cos \omega_{\rm g} t .$$
(3.16)



Kuva 3.7 Staattorivirta voidaan esittää kahtena komponenttia staattorikoordinaatistossa (akselit xy) tai yleisessä koordinaatistossa (akselit d<sup>g</sup> ja q<sup>g</sup>). Siirtyminen staattoriin kiinnitetystä koordinaatistosta yleisellä kulmanopeudella  $\omega_g$  pyörivään koordinaatistoon. Kuvassa on esitetty symmetrisen järjestelmän pysyvää tilannetta vastaava virtavektori ja sen kärjen piirtämä ura.

Yksinkertaisin esitys koordinaatistomuunnokselle saadaan käyttämällä avaruusvektoreille polaarista kompleksiesitystä. Tällöin staattorivirran muunnokselle xy-koordinaatistosta koordinaatistoon  $d^{g}-q^{g}$  voidaan käyttää yhtälöä

$$\mathbf{i}_{s}^{g} = i_{sd}^{g} + ji_{sq}^{g} = \mathbf{i}_{s}^{s} e^{-j\omega_{g}t} = \left(i_{sx} + ji_{sy}\right) e^{-j\omega_{g}t}.$$
(3.17)

Kompleksivektoria pitää siis vain kiertää tarvittavaan suuntaan. Koordinaatiston muunnoksissa tarvittavat kulmayhteydet kerrataan kuvan 3.8 avulla.



### 3.2 Jänniteyhtälöt

Kiertokenttäkoneiden staattorin yleinen jänniteyhtälö staattorikoordinaatistossa on jo tuttua muotoa

$$\boldsymbol{u}_{s}^{s} = R_{s}\boldsymbol{i}_{s}^{s} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{s}^{s}}{\mathrm{d}t}.$$
(3.18)

Kirjoitetaan sama yhtälö käyttäen roottorikoordinaatistossa esitettyjä staattorisuureita käännettynä staattorikoordinaatistoon

$$\boldsymbol{u}_{s}^{s} = \boldsymbol{u}_{s}^{r} \boldsymbol{e}^{j\theta_{r}} = R_{s} \boldsymbol{i}_{s}^{r} \boldsymbol{e}^{j\theta_{r}} + \frac{d}{dt} \left( \boldsymbol{\psi}_{s}^{r} \boldsymbol{e}^{j\theta_{r}} \right).$$
(3.19)

Derivoimalla yhtälön jälkimmäinen termi saadaan

$$\boldsymbol{u}_{s}^{s} = \boldsymbol{u}_{s}^{r} e^{j\theta_{r}} = R_{s} \boldsymbol{i}_{s}^{r} e^{j\theta_{r}} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{s}^{r}}{\mathrm{d}t} e^{j\theta_{r}} + j\omega_{r}\boldsymbol{\psi}_{s}^{r} e^{j\theta_{r}}.$$
(3.20)

Kerrotaan puolittain  $e^{-j\theta_{t}}$ :llä, jolloin saadaan staattorijännitteen yhtälö roottorikoordinaatistossa

$$\boldsymbol{u}_{s}^{s}\boldsymbol{e}^{-j\theta_{r}} = \boldsymbol{u}_{s}^{r} = R_{s}\boldsymbol{i}_{s}^{r} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{s}^{r}}{\mathrm{d}t} + j\omega_{r}\boldsymbol{\psi}_{s}^{r}.$$
(3.21)

Tässä on erityisen tärkeää huomata, että kun esitetään käämin jänniteyhtälö käämille itselleen vieraassa koordinaatistossa (staattorikäämin jänniteyhtälö esim. roottorikoordinaatistossa), ilmestyy jänniteyhtälöön koordinaatistojen nopeuserosta johtuva liikejännitetermi j $\omega_r \psi_s^r$ . Tämä on oikeastaan koordinaatistonmuunnosten vaikein yksityiskohta, mutta on sekä matemaattisesti että fysikaalisesti perusteltavissa. Matemaattisesti asia nähdään derivoitaessa lausekkeessa (3.19) tulo  $\psi_s^r e^{j\theta_r}$ , josta tulon derivoimissäännön mukaisesti saadaan kertojaksi termi d $\theta_r / dt = \omega_r$ .

# 3.3 Avaruusvektorimalli

Tarkastellaan seuraavaksi, miten epätahtikoneen avaruusvektorimalli muodostetaan. Epätahtimoottorin jänniteyhtälöt on syytä aluksi esittää yleisessä kulmanopeudella  $\omega_g$  pyörivässä koordinaatistossa. Tämä tehdään sen vuoksi, että usein joudutaan siirtymään johonkin muuhun kuin staattorikoordinaatistoon. Kun tarkastelukoordinaatisto pyörii, aiheutuu siitä ylimääräinen liikejännitetermi + j $\omega_s \psi_s^g$  yhtälöihin, jotka ovat

$$\boldsymbol{u}_{s}^{g} = R_{s}\boldsymbol{i}_{s}^{g} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{s}^{g}}{\mathrm{d}t} + j\,\omega_{g}\boldsymbol{\psi}_{s}^{g} , \qquad (3.22)$$

$$\boldsymbol{u}_{r}^{g} = R_{r}\boldsymbol{i}_{r}^{g} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{r}^{g}}{\mathrm{d}t} + j(\boldsymbol{\omega}_{g} - \boldsymbol{\omega}_{r})\boldsymbol{\psi}_{r}^{g} . \qquad (3.23)$$

Yhtälössä (3.23)  $\omega_{\rm f}$  on roottorin sähköinen pyörimiskulmanopeus ( $\omega_{\rm f} = p\Omega$ ). Yhtälöissä (3.22) ja (3.23) esiintyvät staattori- ja roottorikäämivuot voidaan esittää muodossa

$$\boldsymbol{\psi}_{\rm s}^{\rm g} = L_{\rm s} \boldsymbol{i}_{\rm s}^{\rm g} + L_{\rm m} \boldsymbol{i}_{\rm r}^{\rm g} , \qquad (3.24)$$

$$\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{g}} = L_{\mathrm{m}} \boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{g}} + L_{\mathrm{r}} \boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{g}} . \tag{3.25}$$

Yhtälöissä (3.24) ja (3.25)  $L_{\rm m}$  on magnetointi-induktanssi,  $L_{\rm s} = L_{\rm m} + L_{\rm s\sigma}$  on staattorin kokonaisinduktanssi ja  $L_{\rm r} = L_{\rm m} + L_{\rm r\sigma}$  on roottorin kokonaisinduktanssi.  $L_{\rm s\sigma}$  ja  $L_{\rm r\sigma}$  ovat staattorin ja roottorin hajainduktanssit. Yhtälöiden (3.22) – (3.25) perusteella voidaan muodostaa avaruusvektoriteoriaan perustuva kuvan 3.9 mukainen sijaiskytkentä, joka pätee myös muutostiloissa. Tässä sijaiskytkennässä rautahäviöitä ei ole otettu huomioon.



Kuva 3.9 Epätahtikoneen avaruusvektoriteorian mukainen sijaiskytkentä. Sijaiskytkentä toimii syötettäessä konetta millaisella kolmivaihejännitteellä tai –virralla hyvänsä. Sijaiskytkentä ei siis edellytä sinimuotoisia suureita kuten tehollisarvosijaiskytkentä.

Staattoriin sidotussa koordinaatistossa ( $\omega_g = 0$ ) yhtälöt (3.22) – (3.25) saadaan muotoon

$$\boldsymbol{u}_{s}^{s} = R_{s}\boldsymbol{i}_{s}^{s} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{s}^{s}}{\mathrm{d}t} , \qquad (3.25)$$

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{s}} = R_{\mathrm{r}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{s}} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} - \mathrm{j}\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{s}} , \qquad (3.26)$$

$$\psi_{\rm s}^{\rm s} = L_{\rm s} \boldsymbol{i}_{\rm s}^{\rm s} + L_{\rm m} \boldsymbol{i}_{\rm r}^{\rm s} , \qquad (3.27)$$

$$\psi_{\rm r}^{\rm s} = L_{\rm m} \boldsymbol{i}_{\rm s}^{\rm s} + L_{\rm r} \boldsymbol{i}_{\rm r}^{\rm s} \ . \tag{3.28}$$

Huomaa vielä, että oikosulkumoottorin tapauksessa roottorijännitevektori merkitään nollaksi.

## 3.4 Kaksiakselimalli

Staattoriin sidotussa xy-koordinaatistossa voidaan edellä esitetyn mukaisesti käyttää ns. kaksiakselimallia, jonka pitkittäisakselille x ja poikittaisakselille y ovat voimassa kuvan 3.10 mukaiset dynaamista käyttäytymistä kuvaavat sijaiskytkennät. Nämä sijaiskytkennät saadaan erottamalla yhtälöistä (2.43) – (2.46) reaali- ja imaginaaritermit erikseen. Sijoitetaan yhtälöihin  $u = u_x + ju_y$ ,  $i = i_x + ji_y$  ja  $\psi = \psi_x + j\psi_y$ , jolloin saadaan

$$u_{sx} + ju_{sy} = R_{s} (u_{sx} + ju_{sy}) + \frac{d(\psi_{sx} + j\psi_{sy})}{dt}$$

$$u_{rx} + ju_{ry} = R_{r} (i_{rx} + ji_{ry}) + \frac{d(\psi_{rx} + j\psi_{ry})}{dt} - j\omega_{r} (\psi_{rx} + j\psi_{ry})$$

$$u_{sx} = R_{s} i_{sx} + \frac{d\psi_{sx}}{dt}$$

$$u_{sy} = R_{s} i_{sy} + \frac{d\psi_{sy}}{dt}$$

$$u_{rx} = R_{r} i_{rx} + \frac{d\psi_{rx}}{dt} + \omega_{r} \psi_{ry} \qquad (3.29)$$

$$u_{ry} = R_{r} i_{ry} + \frac{d\psi_{ry}}{dt} - \omega_{r} \psi_{rx}$$

Kuvassa 3.10 esitetyille käämivoille voidaan kirjoittaa yhtälöt

$$\begin{split} \psi_{sx}^{s} &= L_{s\sigma}i_{sx}^{s} + L_{m}\left(i_{sx}^{s} + i_{rx}^{s}\right) = L_{s}i_{sx}^{s} + L_{m}i_{rx}^{s} \\ \psi_{rx}^{s} &= L_{r\sigma}i_{rx}^{s} + L_{m}\left(i_{rx}^{s} + i_{sx}^{s}\right) = L_{r}i_{rx}^{s} + L_{m}i_{sx}^{s} \\ \psi_{sy}^{s} &= L_{s\sigma}i_{sy}^{s} + L_{m}\left(i_{sy}^{s} + i_{ry}^{s}\right) = L_{s}i_{sy}^{s} + L_{m}i_{ry}^{s} \\ \psi_{ry}^{s} &= L_{r\sigma}i_{ry}^{s} + L_{m}\left(i_{ry}^{s} + i_{sy}^{s}\right) = L_{r}i_{ry}^{s} + L_{m}i_{sy}^{s} \end{split}$$
(3.30)



Kuva 3.10 Staattoriin sidottua kaksiakselimallia vastaavat sijaiskytkennät.  $L_m$  magnetointi-induktanssi,  $L_{r\sigma} = L_r - L_m$  roottorin hajainduktanssi ja  $L_{s\sigma} = L_s - L_m$  staattorin hajainduktanssi.

## 3.5 Avaruusvektorien soveltaminen

Avaruusvektorit soveltuvat kaikenlaisten esim. epäsymmetristen tai säröytyneiden kolmivaihevirtojen esittämiseen. Moottoria voidaan syöttää vaikkapa pulssinleveysmodulaatioon perustuvalla taajuudenmuuttajalla, ja vektoriesitys toimii hyvin. Huomataan myös, että avaruusvektoriesitys yksinkertaistaa huomattavasti koneen esitystapaa verrattuna vaikkapa siihen, että yritettäisiin kirjoittaa kaikille käämeille itsenäisesti omat yhtälönsä.

Tarkastellaan ensin esimerkkinä epäsymmetristen sinimuotoisten tilojen esitystä. Epäsymmetrisen kolmivaihejärjestelmän tapauksessa virtavektorin kärki piirtää ellipsin. Jos nollakomponenttia ei ole, virtavektori muodostuu positiiviseen suuntaan sähköisellä kulmanopeudella  $\omega_{e}$  pyörivästä virran myötäkomponentin osoittimesta  $i_1$  ja negatiiviseen suuntaan pyörivästä (kulmanopeus  $-\omega_{e}$ ) virran vastakomponentin osoittimen kompleksikonjukaatista  $i_2^*$ . Myötä- ja vastakomponentin pituudet ovat pysyvän tilan aikana vakioita ( $\hat{i}_1$  ja  $\hat{i}_2$ ). Syntyvän ellipsin pääakseli on kuvan 3.11 mukaisesti  $\hat{i}_1 + \hat{i}_2$ , ja sivuakselin pituus on  $|\hat{i}_1 - \hat{i}_2|$ . Kun myötä- ja vastakomponentin osoittimet määritellään muotoon

$$\mathbf{i}_{1} = \hat{i}_{1} e^{\mathbf{j}(\omega_{e}t + \alpha_{1})} \quad \text{ja}$$
(3.31)

$$\mathbf{i}_2 = \hat{i}_2 e^{j(\omega_c t + \alpha_2)} , \qquad (3.32)$$

niin pääakseli on kulmassa  $\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}$ .

3.11





Käytännössä tällainen epäsymmetrinen järjestelmä esitetään kätevästi syöttämällä virtavektorin määritelmään sopivat ajalliset komponentit, jolloin ylläkuvattu ellipsirata toteutuu automaattisesti. Jos esim. yksi vaihevirta on muita pienempi alkaa virtaympyrä muuntua ellipsiksi. Jos yksi vaihevirta puuttuu kokonaan, saadaan tulokseksi yksivaihejärjestelmä, joka piirtää xy-tasoon viivan.

Edellä esitettiin kolmivaihejärjestelmän muuntaminen kaksivaiheiseksi ja esittäminen kaksiakselikoordinaatistossa. Kuva 3.12 esittää epätahtikoneen staattorin ja roottorin kolmivaiheisena käämityksenä. Katsotaan, miten hankalaa epätahtikoneen mallittaminen olisi ilman vektoriesitystä.



Kuva 3.12 Epätahtikoneen staattori ja roottori kolmivaiheisina käämityksinä, roottori oikosuljettuna. Roottorin kiertymäkulma staattoriin nähden on  $\theta_{\rm r}$ . Staattorivaiheen pääinduktanssi on  $L_{\rm p}$  ja vaiheitten välinen keskinäisinduktanssi on  $M_{\rm s}$ . Staattorin ja roottorin välinen keskinäisinduktanssimaksimi, kun vaiheitten magneettiakselit yhtyvät on  $M_{\rm sr}$ .

Muodostetaan seuraavassa staattorikäämivuon avaruusvektori  $\boldsymbol{\psi}_{s}^{s}$  staattoriin sidotussa koordinaatistossa. Kaikki koneessa esiintyvät kuusi staattorin ja roottorin vaihevirtaa vaikuttavat koneen kokonaiskäämivuon syntyyn.

Roottorin ja staattorin välisen kulman ollessa  $\theta_r$  eri staattorivaiheiden hetkelliset käämivuot voidaan esittää yhtälöillä

$$\begin{split} \psi_{sA} &= \left(L_{s\sigma} + L_{p}\right)i_{sA} + M_{s}i_{sB} + M_{s}i_{sC} + M_{sr}\cos(\theta_{r})i_{rA} \\ &+ M_{sr}\cos\left(\theta_{r} + \frac{2\pi}{3}\right)i_{rB} + M_{sr}\cos\left(\theta_{r} + \frac{4\pi}{3}\right)i_{rC} \end{split}$$
(3.33)  
$$\psi_{sB} &= \left(L_{s\sigma} + L_{p}\right)i_{sB} + M_{s}i_{sA} + M_{s}i_{sC} + M_{sr}\cos\left(\theta_{r} + \frac{4\pi}{3}\right)i_{rA} \\ &+ M_{sr}\cos(\theta_{r})i_{rB} + M_{sr}\cos\left(\theta_{r} + \frac{2\pi}{3}\right)i_{rC} \\ \psi_{sC} &= \left(L_{s\sigma} + L_{p}\right)i_{sC} + M_{s}i_{sA} + M_{s}i_{sB} + M_{sr}\cos\left(\theta_{r} + \frac{2\pi}{3}\right)i_{rA} \\ &+ M_{sr}\cos\left(\theta_{r} + \frac{4\pi}{3}\right)i_{rB} + M_{sr}\cos\left(\theta_{r} + \frac{2\pi}{3}\right)i_{rA} \end{aligned}$$
(3.35)

joissa

 $L_{s\sigma}$  on staattorin hajainduktanssi,

 $L_p$  on staattorin pääinduktanssi,

 $M_{\rm s}$  on staattorikäämien välinen keskinäisinduktanssi,  $M_{\rm sr}$  on staattori- ja roottoripiirien välisen keskinäisinduktanssin maksimiarvo,

 $\theta_{\rm r}$  on roottorin ja staattorin magneettiakselien välinen kulma ja

 $i_{rA}$ ,  $i_{rB}$  ja  $i_{rC}$  ovat roottorin hetkelliset vaihevirrat.

Kun vuontiheys on jakautunut sinimuotoisesti ilmaväliin, on staattorikäämien vaiheiden välinen keskinäisinduktanssi

$$M_{\rm s} = L_{\rm p} \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{L_{\rm p}}{2},$$
 (3.36)

sillä eri staattorikäämien magneettiakselien välillä on  $\frac{2\pi}{3}$  suuruinen vaihe-ero. Tämän vaihe-eron vuoksi esim. A-vaiheessa kulkeva virta synnyttää B-vaiheen käämiin käämivuon, joka on puolet A-vaiheen virran A-vaiheeseen synnyttämästä käämivuosta. Mikäli staattorivirroissa ei ole nollakomponenttia, saadaan yhtälön (3.33) kolmen ensimmäisen komponentin tilalle lauseke

$$(L_{s\sigma} + L_{p})i_{sA} + M_{s}i_{sB} + M_{s}i_{sC} = (L_{s\sigma} + L_{p})i_{sA} - \frac{L_{p}}{2}(i_{sB} + i_{sC}) = (L_{s\sigma} + \frac{3}{2}L_{p})i_{sA}$$

$$= (L_{s\sigma} + L_{m})i_{sA} = L_{s}i_{sA} ,$$

$$(3.37)$$

missä

 $L_{\rm m}$  on magnetointi-induktanssi ja  $L_{\rm s}$  on staattorin kokonaisinduktanssi.

Staattori- ja roottoripiirien välisen keskinäisinduktanssin maksimiarvo  $M_{sr}$  saadaan silloin, kun staattorin ja roottorin magneettiakselit yhtyvät. Käsiteltäessä päävuota on staattori- ja roottoripiirin välinen kytkentäkerroin k = 1. Kun roottorivirrat on redusoitu staattoripuolelle, on

$$M_{\rm sr} = L_{\rm p} \,. \tag{3.38}$$

Sijoitetaan staattorikäämivuon avaruusvektorin  $\boldsymbol{\psi}_{s}^{s}$  yhtälöön eri vaiheitten käämivoitten hetkellisarvot

$$\boldsymbol{\psi}_{s}^{s} = \frac{2}{3} \cdot (\boldsymbol{a}^{0} \boldsymbol{\psi}_{sA} + \boldsymbol{a}^{1} \boldsymbol{\psi}_{sB} + \boldsymbol{a}^{2} \boldsymbol{\psi}_{sC}) . \qquad (3.39)$$

Sieventämällä saadaan hyvin yksinkertaisesti

$$\boldsymbol{\psi}_{s}^{s} = L_{s} \, \boldsymbol{i}_{s}^{s} + L_{m} \, \boldsymbol{i}_{r}^{r} e^{-j\omega_{e}t} = L_{s} \, \boldsymbol{i}_{s}^{s} + L_{m} \, \boldsymbol{i}_{r}^{s} \,. \tag{3.40}$$

Yhtälöiden (3.33 ...3.35) asemesta voimme siis käyttää yksinkertaista vektoriesitystä yhtälön (3.40) tapaan. Tulos on sama, jota käytimme jo yhtälössä (3.27). Olemme varmistaneet löytäneemme todella yksinkertaisen ja tehokkaan tavan esittää moottori säätömallia silmälläpitäen. Yhtälö (3.40) on esitetty kompleksitasossa. Virrat ja käämivuot ovat kompleksivektoreita.

Kuvassa 3.13 a) esitetään hetkellisten vaihevirtojen aiheuttamat hetkelliset käämivuokomponentit  $\psi_{sA}$ ,  $\psi_{sB}$  ja  $\psi_{sC}$ . Käämivuokomponenttien  $\psi_{sA}$ ,  $\psi_{sB}$  ja  $\psi_{sC}$  muodostama staattorikäämivuon avaruusvektori  $\psi_s^s$  voidaan esittää kuvan 3.13 b) mukaisesti. Siinä staattoriin on sijoitettu pitkittäis- ja poikittaisakseleiden suuntaiset käämitykset. Syöttämällä käämityksiin sopivat hetkellisvirtakomponentit  $i_{xs}$  ja  $i_{ys}$  saadaan summakäämivuo  $\psi_s^s$  yhtälöstä

$$\boldsymbol{\psi}_{s}^{s} = \boldsymbol{\psi}_{sx}^{s} + j \, \boldsymbol{\psi}_{sy}^{s} \, . \tag{3.41}$$

Usein simuloitaessa tai rakennettaessa koneitten digitaalista säätöä, koneita mallitetaan yllä havainnollistetun kaksivaiheisen järjestelmän avulla. Esimerkiksi käytettäessä mikroprosessoripohjaista säätöä, on moottorin yhtälöt yleensä esitettävä kahden koordinaattiakselin suhteen, sillä prosessorit eivät kykene tehokkaasti käsittelemään vektoreita polaarikoordinaatistossa, mikä taasen olisi matemaattisesti ajateltuna kätevin tapa.

Kaksiakselimalli on erityisen käyttökelpoinen mallinnettaessa magneettisesti epäsymmetrisiä koneita kuten avonapatahtikoneita. Sovellettaessa kaksiakselimallia käytetään usein roottorikoordinaatistoa, sillä synkronikoneet ovat aidosti joko magneettipiirin ja sähköisen piirin tai sähköisen piirin epäsymmetrisiä, mikä pelkästään suhteen iohtaa luonnolliseen roottorikoordinaatiston valintaan.

Tässä on nyt syytä huomata, että olemme käyttäneet kolmea koneen suureiden esitystapaa. Ensimmäinen esitystapa on kolmivaiheinen. Kolmivaihe-esityksessä yhtälöistä tulee raskaita, sillä niissä on paljon termejä. Seuraava mahdollisuus on kaksivaiheinen esitystapa. Tämä yksinkertaistaa yhtälöitä huomattavasti, sillä toisiinsa nähden poikittaisissa suunnissa olevilla käämityksillä ei ole periaatteessa keskinäisinduktanssia, mikä helpottaa esitystä. Kaksiakselimallin mukainen esitystapa on myös mukava siitä, että suureita voidaan komponenttimuodossaan käsitellä kompleksitasossa. Kuva 3.13 c havainnollistaa avaruusvektorin syntymistä ja sen kolmea esitystapaa. Avaruusvektori on yksivaiheinen kompleksinen suure, jota voidaan toki käyttää sellaisenaan, mutta yleensä se hajotetaan komponenteikseen, jolloin on palattu takaisin kaksiakselimallin mukaiseen esitystapaan. Kompleksilukujen käsittely on esimerkiksi signaaliprosessoreissa, ainakin vielä nykyisin, kätevämpää suorittaa komponenttimuodossaan kuin polaariesitysmuodossaan, joten paluu kaksivaiheiseen esitykseen helpottaa laskentatehtävää.



Kuva 3.13 a) Eri vaiheiden käämien (A–A', B–B' ja C–C') virtavektorikomponentit  $i_{sA}$ ,  $i_{sB}$  ja  $i_{sC}$  esitettynä samalla hetkellä kuin kuvan 2.4 käämivirrat  $i_{sA}$ ,  $i_{sB}$  ja  $i_{sC}$ . b) Vastaava staattorikäämivuon avaruusvektori  $i_s$ ' esitettynä pitkittäis- ja poikittaiskäämien avulla. c) Avaruusvektorin kolme esitystapaa - kolmivaiheinen, kaksivaiheinen ja yksivaiheinen, kompleksinen tapa. Käytännössä kolmivaihejärjestelmän ja kaksivaihejärjestelmän välinen kulma valitaan yleensä nollaksi  $\kappa = 0$ .

Kuvan 3.14 tarkoituksena on havainnollistaa fysikaalisen vuojakauman ja vuoavaruusvektorin välistä yhteyttä. Yhteys on selkeä kaksinapaisessa koneessa, mutta hieman vaikeammin hahmotettavissa monivaiheisessa koneessa, jossa kokonaisvuon määritelmä riippuu koneen käämityksen rakenteesta ja kytkennästä. Moninapaisen koneen tapauksessa kuitenkin itse vuojakauman havainnollistaminen on helpompaa kuin kaksinapaisen koneen tapauksessa.

Vektoriteoriaa sovellettaessa koneiden matemaattinen käsittely palautuu käytännössä kaksinapaiseksi. Moottorin liittimiin kiinnitetty moottorinohjain ei voi tietää moniko napaparinen kyseinen moottori on, ellei käyttäjä sitten anna tätä tietoa taajuudenmuuttajalle. Ainoastaan moottoriin liitetyn mahdollisen kulma-anturin antamaa kulmatietoa on käsiteltävä napaparilukuun liittyen, sillä vektoriteorian mukainen moottorinohjaus toimii sähköisen kulman mukaan. Lisäksi napapariluku vaikuttaa koneen vääntömomentin suuruuteen.



Kuva 3.14 Vuoavaruusvektorin synty eri napapariluvuilla. Kuusinapaisessa koneessa vuovektorin hahmottaminen on hieman epäselvä. Kokonaisvektori koostuu eri napojen osavektoreista. Kuvassa täytyy huomata, että kaikki osavektorit osoittavat sähköisesti samaan suuntaan.

3.16

4.	VÄÄ	ÄNTÖMOMENTIN TUOTTAMINEN JA TEHO	1
4	l.1	Lorentzin voima	1
4	.2	Vääntömomentin yleinen yhtälö	2
4	.3	Teho	6
4	l.4	Reluktanssivääntömomentti ja liittoenergia.	7
4	.5	Reluktanssivääntömomentti ja ristikenttäperiaate	9
4	.6	Maxwellin jännitystensori vääntömomentin määrittämisessä	. 10
		• •	

# 4. VÄÄNTÖMOMENTIN TUOTTAMINEN JA TEHO

## 4.1 Lorentzin voima

Sähkökoneiden keskeisenä tehtävänä on tuottaa kuormituksen vaatima vääntömomentti halutulla pyörimisnopeudella. Vääntömomentin tuottamisen sähkökoneissa voi ajatella perustuvan kahteen ilmiöön. Pyöreäroottorisissa koneissa vääntömomentin tuottaminen on helpointa selittää Lorentzin voiman avulla. Avonaparoottorin tapauksessa vääntömomenttia syntyy perustuen niihin magneettisiin voimavaikutuksiin, joita syntyy kun magneettipiirin reluktanssi eri suunnissa on erilainen. Tässäkin tapauksessa vääntömomentin synty voidaan toki perustella staattorikäämeihin vaikuttavien Lorentzin voimien perusteella. Kiertokenttäsähkökoneet on aina ennen vääntömomentin tuotannon aloittamista magnetoitava, joten voidaan lähteä siitä, että koneen ilmavälissä vaikuttaa vuontiheys **B** [Vs/m<sup>2</sup>]. Lorentzin voiman yhtälö lausuu, että nopeudella v liikkuvaan varausalkioon d*Q* kohdistuu voima-alkio

$$\mathrm{d}\boldsymbol{F} = \mathrm{d}\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}). \tag{4.1}$$

Tässä E on sähkökentänvoimakkuutta kuvaava vektori [V/m]. Huomaa, että tässä yhteydessä käsitellään todellisia sähkömagneettisiin kenttäsuureisiin liittyviä vektoreita – ei avaruusvektoreita. Sähkökentänvoimakkuuden osuus voimasta on kentänvoimakkuuden E suuntainen eikä riipu varausalkion liikkeestä. Magneettikentän tuottama voima on kohtisuorassa sekä nopeuden v että vuontiheyden B määräämää tasoa vastaan ja riippuu näistä vektorien ristitulon mukaan. Magneettikentän aiheuttaman voimavaikutuksen itseisarvo on

$$\mathrm{d}F = \mathrm{d}QvB\sin\beta. \tag{4.2}$$

Tässä  $\beta$  on nopeus- ja vuontiheysvektorin välinen kulma kuvan 4.1 mukaisesti



Kuva 4.1 Magneettikentän voimavaikutuksen osuus Lorentzin voimaan. Varaukseen dQ, joka liikkuu nopeudella v magneettikentässä, vaikuttaa voima dF. Tavanomaisissa sähkökoneissa vääntömomenttia tuotetaan käytännössä vain magneettikentän avulla, joten sähkökentävoimakkuudesta riippuvan termin tarkastelun voi jättää pois. Nopeudella v liikkuvalle varausalkiolle dQ voidaan virrallisen johtimen tapauksessa kirjoittaa yhtälö

$$dQ\mathbf{v} = dQ\frac{d\mathbf{s}}{dt} = \frac{dQ}{dt}d\mathbf{s} = i\mathbf{ds}.$$
(4.3)

Sijoittamalla tämä virrallisen alkion lauseke Lorentzin voiman yhtälöön saadaan kuvan 4.2 mukaisesti

$$\mathbf{d}\boldsymbol{F} = i\mathbf{d}\boldsymbol{s} \times \boldsymbol{B} \,. \tag{4.4}$$

Johdinalkioon vaikuttava voima on kohtisuorassa alkion ds ja vuontiheyden B määräämää tasoa vastaan oikeakierteisen ruuvisäännön mukaisesti. Voima on suurimmillaan, kun ds ja B ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan (sin $\beta = 1$ ). Muulloin voima pienenee suhteessa sin $\beta$  tullen nollaksi, kun virta ja vuontiheys ovat samansuuntaiset.



Kuva 4.2 Lorentzin voiman magneettisen osan soveltaminen virralliseen johtimeen

Sähkökoneissa virta *i* ja vuontiheys *B* pyritään pitämään kohtisuorassa toisiaan vastaan. Sähkökoneissa tämä tapahtuu varsin hyvin, sillä jos magneettipiirin kyllästymistä ei tapahdu merkittävässä määrin, ilmavälin vuo tunkeutuu rautaan varsin kohtisuorasti.

Sähkökoneiden ilmavälistä roottoriin tunkeutuva vuo  $\Phi$  leikkaa roottorin virrallisia sauvoja, jolloin roottorin kehälle syntyy Lorentzin voiman määräämä voima. Voimme nyt kuvitella kuvan 4.2 virran kulkevan esimerkiksi oikosulkumoottorin roottorisauvassa. Yhteen sauvaan vaikuttava kokonaisvoima saadaan integroimalla yli sauvan pituuden. Jos vuontiheys ja virta pysyvät vakioina sauvan matkalla, on tämä integrointi helppo ja supistuu lähinnä kertolaskuksi.

### 4.2 Vääntömomentin yleinen yhtälö

Johdetaan seuraavaksi sähkökoneiden säätökäyttöjen kannalta keskeinen vääntömomentin lauseke, joka jo esiintyi edellisessä luvussa, lähtien Lorentzin voiman magneettisesta osuudesta. Tarkastellaan kuvaa 4.3. Siinä esitetään tasoon levitettynä kaksinapaisen koneen ilmavälissä vaikuttava sinimuotoinen vuontiheysjakauma B(x) ja roottorin virtakate a(x). Roottorin virtakate on kuvitteellinen suure, joka esittää roottorivirrat infinitesimaalisen paksuisena kerroksena roottorin pinnalla. Kuvan toinen osa esittää dx:n levyisen virta-alkion sijaintia roottorin pinnalla ja siihen vaikuttavaa ilmavälivuontiheyttä  $B_{\delta}$  ja voimaa dF' sekä roottorin mittoja.



Vuontiheysjakauma ja virtakatejakauma oletetaan sinimuotoisiksi;

$$B(\alpha) = \hat{B}\sin\alpha,$$

$$A(\alpha) = \hat{A}\sin(\alpha + \gamma).$$
(4.5)

Virtakateaallolla ja vuontiheysaallolla on  $\gamma$ :n suuruinen vaihe-ero roottorin pinnalla. Sähkökoneissa pyritään siihen, että magneettivuo kohtaisi roottorin pinnan kohtisuoraan. Nyt voimme soveltaa Lorentzin voiman yhtälöä helposti roottorin pinnalla kulkevaan dx:n levyiseen johtimeen, jossa kulkee virta d*i* 

$$\mathbf{d}\mathbf{F}_{\tan}^{'} = \int_{0}^{L} \mathbf{d}i\mathbf{d}\mathbf{s} \times \mathbf{B}_{\delta} \ . \tag{4.6}$$

Koska vuontiheysjakauma voidaan hyvällä tarkkuudella olettaa riippumattomaksi roottorin pinnan akselin suuntaisesta koordinaatista, saadaan dx:n levyiseen kuviteltuun sauvaan vaikuttavan voiman itseisarvoksi

$$\mathrm{d}F_{\mathrm{tan}}^{'} = \mathrm{d}iB_{\delta}L. \tag{4.7}$$

Roottorin jokaisessa kohdassa laskettuna tämä voima on roottorin pinnan tangentin suuntainen.

Virran di suuruus dx:n levyisellä alueella saadaan käyttämällä virtakatteen lauseketta

$$di = A\sin(\alpha + \gamma)dx.$$
(4.8)

Kaksinapaisen roottorin pinnalla vaikuttavien tangentiaalisten voimien itseisarvojen summa saadaan integroimalla yhden napaparin - siis kahden napajaon  $\tau_p$  yli

$$\sum \left| \boldsymbol{F}_{tan} \right| = \int_{0}^{2\tau_{p}} \hat{A} \sin(\alpha + \gamma) \hat{B}_{\delta} \sin\alpha dx \,.$$
(4.9)

Integroinnin helpottamiseksi vaihdetaan muuttujaa d $x = r d\alpha$ .

$$\sum \left| \boldsymbol{F}_{tan}^{'} \right| = \hat{A} \hat{B}_{\delta} Lr \int_{0}^{2\pi} \sin(\alpha + \gamma) \sin \alpha d\alpha .$$

$$\sum \left| \boldsymbol{F}_{tan}^{'} \right| = \hat{A} \hat{B}_{\delta} Lr \int_{0}^{2\pi} (\sin^{2} \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \alpha \sin \gamma) d\alpha$$

$$= \hat{A} \hat{B}_{\delta} Lr \pi \cos \gamma .$$
(4.10)

Kaksinapaisen roottorin tuottama sähköinen vääntömomentti saadaan kertomalla saatu tulos roottorin säteellä *r*.

$$T_{\rm e} = r \sum \left| \boldsymbol{F}_{\rm tan}^{'} \right| = \hat{A} \hat{B}_{\delta} L r \pi \cos \gamma \cdot r = \hat{a} \hat{B}_{\delta} L \tau_{\rm p} \cos \gamma \cdot r \,. \tag{4.11}$$

Virtakatteen huippuarvo saadaan periaatteessa jakamalla uravirran huippuarvo urajaolla ja ottamalla lisäksi huomioon perusaallon käämityskerroin  $\xi_1$ . Jos käämityksen vakoluku on q, käämityskierrosluku N ja vaiheluku m = 3 sekä uraluku Q, saadaan uran teholliseksi huippuvirraksi

$$\hat{i}_{\rm u} = \frac{\boldsymbol{\xi}_1 N \hat{i}}{q} \,. \tag{4.12}$$

Urajako on

$$\tau_{\rm u} = \frac{2\,\tau_{\rm p}}{Q\,/\,p}.\tag{4.13}$$

Koska vakoluvun ja uraluvun välillä kolmivaihekoneessa vallitsee yhteys

$$Q = m2 pq = 6 pq, \tag{4.14}$$

saadaan kaksinapaisessa (p = 1) tapauksessa käämityksen mitoitustietojen perusteella virtakatteelle

$$\hat{A} = \frac{3\xi_1 N \hat{i}}{\tau_p}.\tag{4.15}$$

Sijoittamalla tämä tulos roottorin tuottaman vääntömomentin lausekkeeseen saadaan vääntömomentti muotoon

$$T_{\rm e} = \frac{3\hat{i}\,\xi_{\rm I}N}{\tau_{\rm p}}\,\hat{B}_{\delta}L\tau_{\rm p}r\cos\gamma = 3\hat{i}\,\xi_{\rm I}N\hat{B}_{\delta}Lr\cos\gamma$$
$$= 3\hat{i}\,\xi_{\rm I}N\frac{2}{\pi}\,\hat{B}_{\delta}L\frac{\pi}{2}r\cos\gamma$$
$$= \frac{3}{2}\,\hat{i}\,\xi_{\rm I}N\frac{2}{\pi}\,\hat{B}_{\delta}L\tau_{\rm p}\cos\gamma.$$

Tarkastelemalla viimeksi saatua muotoa todetaan, että se sisältää sinimuotoisen ilmavälivuojakauman huippuvuotermin  $\hat{\Phi}_{\delta} = \frac{2}{\pi} \hat{B}_{\delta} L \tau_{p}$ , joka on vuontiheyden pintaintegraali napajaon ylitse. Kun ilmavälivuon huippuarvo kerrotaan tehollisella käämikierrosluvulla  $\xi_1 N$ , saadaan ilmavälikäämivuonkäämivuon huippuarvo  $\hat{\psi}_m$ , joten vääntömomentin lauseke yksinkertaistuu muotoon

$$T_{\rm e} = \frac{3}{2}\hat{i}\,\hat{\psi}_{\rm m}\cos\gamma\,.\tag{4.16}$$

Tarkastellaan vielä kuvaa 4.4, jossa on esitettynä koneen virrat sekä niitä vastaavat avaruusvektoriteorian mukaiset virtavektorit. Kuvaa tarkastelemalla havaitaan, että sovitun avaruusvektoriteorian mukaisen määritelmän mukaisesti virtavektorin suunta on kyseisen käämityksen virran magnetomotorisen voiman suunta, joka poikkeaa  $\pi/2$ :n verran varsinaisen sähkövirran suunnasta. Käämityksen hyödyllisissä osissa sähkövirrat kulkevat koneen akselin suuntaisesti. Virtavektori määritellään käämisilmukan määräämää tasoa vastaan kohtisuorana vektorina, jonka suunta on siis käämityksestä riippuen sähkökoneen säteen suuntainen.

Otettaessa siis käyttöön avaruusvektorit joiden pituus on skaalattu yhtä suureksi vastaavan ajallisen muuttujan huippuarvon kanssa, saadaan lausekkeesta (4.16) avaruusvektoriteorian mukainen vääntömomenttivektori

$$\boldsymbol{T}_{e} = \frac{3}{2} |\boldsymbol{\psi}_{m}| |\boldsymbol{i}_{r}| \cos\left(\gamma - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{3}{2} |\boldsymbol{\psi}_{m}| |\boldsymbol{i}_{r}| \sin\gamma = \frac{3}{2} \boldsymbol{\psi}_{m} \times \boldsymbol{i}_{r}.$$
(4.17)

Tavallisesti sovitaan, että ilmavälikäämivuon ja staattorivirran avulla saadaan positiivinen vääntömomentti, siis

$$\boldsymbol{T}_{\rm e} = \frac{3}{2} \boldsymbol{\psi}_{\rm m} \times \boldsymbol{i}_{\rm s} = -\frac{3}{2} \boldsymbol{\psi}_{\rm m} \times \boldsymbol{i}_{\rm r} \,. \tag{4.18}$$

Staattorissa ja roottorissa esiintyvät samansuuruiset, päinvastaiset vääntömomentit. Staattorin vääntömomenttia silmälläpitäen staattori pultataan yleensä alustaan kiinni, jottei se pääse pyörimään.

Koska hajakäämivuo ei tuota vääntömomenttia, saadaan vääntömomentti yhtälailla lasketuksi staattorikäämivuon avulla. Mikäli koneissa esiintyy useita napapareja p, on vääntömomenttiyhtälö kerrottava napapariluvulla. Näin saadaan staattorisuureitten avulla laskettu vääntömomentin yleinen yhtälö

$$\boldsymbol{T}_{e} = \frac{3}{2} p \boldsymbol{\psi}_{s} \times \boldsymbol{i}_{s} = \frac{3}{2} p \boldsymbol{\psi}_{m} \times \boldsymbol{i}_{s}$$
(4.19)

Yllä saatu vääntömomentin yleinen yhtälö on erittäin tärkeä sähkökoneiden säätökäyttöä silmälläpitäen. Vaikka tulos on johdettu edellä kaksinapaiselle koneelle käyttäen siis yhden napaparin suureita, on se kuitenkin yleispätevä. Vääntömomenttia laskettaessa käämivuona käytetään koneeseen syötetyn jännitteen muodostamaa käämivuovektoria, virtavektorina koneen vaihevirtavektorien muodostamaa avaruusvektoria ja kerrotaan saatu ristitulo napapariluvulla *p*. Tällöin tulee kaikkien napaparien vääntömomentti otetuksi huomioon. Käytettäessä em. yhtälöitä tulee huomata, että käämivuo ja virta on aina ilmoitettava samassa jänniteportaassa - tavallisesti staattorikäämitykseen redusoituina.

Katsotaan kuvan 4.4 avulla, miten epätahtimoottori kehittää vääntömomenttia vektoriteorian mukaisesti. Kuvaan on merkitty oikosulkumoottorin staattorikäämeissä ja roottorisauvoissa kulkevien virtojen suunnat sopivalla ajanhetkellä. Näistä hetkellisarvoisa on laadittu virtavektorit määritelmän mukaisesti. Havaitaan, että koneen summavirtavektori on suuressa kulmassa sekä staattorin että roottorin virtavektoria kohti. Oikosulkumoottori tuottaa melko hyvin vääntömomenttia.



Kuva 4.4 Kaksinapaisen epätahtikoneen staattorin ja roottorin virrat eräällä ajanhetkellä sekä niitä vastaavat vektorit. Huomataan, että epätahtikone tuottaa hyvin vääntöä, sillä ilmavälivuon vektorin (ei kuvassa) ja staattori- tai roottorivirtavektorin välillä on suuri vaihe-ero.

### 4.3 Teho

Tarkastellaan, miten edellä johdettu vääntömomentin lauseke korreloi tehon kanssa. Kerrotaan (4.19) mekaanisella kulmanopeudella  $\omega/p$ , jolloin saadaan

$$P_{\rm e} = \frac{\omega}{p} T_{\rm e} = \frac{3}{2} \omega \psi_{\rm s} \times \boldsymbol{i}_{\rm s} = \frac{3}{2} \frac{\boldsymbol{u}_{\rm s}}{\rm j} \times \boldsymbol{i}_{\rm s} = \frac{3}{2} \boldsymbol{u}_{\rm s} \cdot \boldsymbol{i}_{\rm s} \,. \tag{4.20}$$

Tässä on otettu huomioon, että stationaaritilassa j $\omega \psi_s = u_s$ . Nyt teholausekkeen itseisarvoksi vektorein tulee muoto

$$P_{\rm e} = \frac{3|\boldsymbol{u}_{\rm s}||\boldsymbol{i}_{\rm s}|}{2}\cos\varphi.$$
(4.21)

Kun muistetaan, että jännite- ja virtavektorin pituus on valittu sinimuotoisen vaihesuureen huippuarvon suuruiseksi. Voidaan todeta, että yhtälö vastaa tuttua tehollisarvosuureilla laskettua tehoa

$$P = \omega T_{\rm e} = 3U_{\rm v} I_{\rm v} \cos \varphi \,. \tag{4.22}$$

Tarkastellaan vielä tehoa vaihesuureiden hetkellisarvoin. Mikäli nollakomponenttia ei ole, saadaan kolmivaiheisesti syötetyn epätahtikoneen tehon hetkellisarvolle P(t) yhtälö

Sähkökäytöt, Juha Pyrhönen, LTY Sähkötekniikka

$$P_{\rm e}(t) = \frac{3}{2} \operatorname{Re}\{\boldsymbol{u}_{\rm s} \, \boldsymbol{i}^{*}{}_{s}\} = \frac{3}{2} \operatorname{Re}\{\boldsymbol{u}^{*}{}_{\rm s} \, \boldsymbol{i}_{s}\} = \frac{3}{2} \, \boldsymbol{u}_{\rm s} \cdot \boldsymbol{i}_{s}$$
(4.23)

Yhtälö voidaan osoittaa oikeaksi lähtien avaruusvektorin määritelmästä. Koska vaiheensiirtooperaattorille  $a^* = a^2$  ja  $a^{*2} = a$ , saadaan staattorikoordinaatistossa

$$P_{e}(t) = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \left\{ u_{s}^{s} i *_{s}^{s} \right\}$$
  
=  $\frac{3}{2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{2}{3} \left( u_{sA} + a u_{sB} + a^{2} u_{sC} \right) \frac{2}{3} \left( i_{sA} + a^{2} i_{sB} + a i_{sC} \right) \right\}$  (4.24)

Kun otetaan huomioon, että  $\operatorname{Re}\{a\} = \operatorname{Re}\{a^2\} = -\frac{1}{2}$ , saadaan

$$P_{e}(t) = \frac{2}{3} \left\{ u_{sA}i_{sA} + u_{sB}i_{sB} + u_{sC}i_{sC} - \frac{1}{2} \left[ u_{sA}(i_{sB} + i_{sB}) + u_{sB}(i_{sA} + i_{sC}) + u_{sC}(i_{sA} + i_{sB}) \right] \right\}.$$
(4.25)

Vaihevirtojen hetkellisarvoille  $i_{sA} + i_{sB} + i_{sC} = 0$ , joten yhtälö (4.25) saa muodon

$$P_{\rm e}(t) = u_{\rm sA}i_{\rm sA} + u_{\rm sB}i_{\rm sB} + u_{\rm sC}i_{\rm sC} , \qquad (4.26)$$

joka on vaihetehojen hetkellisarvojen summa ja vastaa tehollisarvona yhtälön (4.22) tulosta.

## 4.4 Reluktanssivääntömomentti ja liittoenergia

Molemmin puolin avonapaisen reluktanssikoneen toiminta perustuu sekä staattorin että roottorin avonapaisuuteen. Vääntömomentin tuottoa voidaan tarkastella tutkimalla sähkökoneen magneettipiiriin varastoitunutta energiaa. Molemmin puolin avonapaisen reluktanssikoneen jännite voidaan lausua Faradayn induktiolain ja Ohmin lain avulla seuraavasti

$$u = R \cdot i + \frac{\partial \psi(i, \gamma)}{\partial t}.$$
(4.27)

Käämivuo  $\Psi$ riippuu sekä virrasta *i* että roottorikulmasta  $\gamma$ . Vaiheeseen syötetty teho saadaan kertomalla jännite virralla

$$u \cdot i = R \cdot i^{2} + i \cdot \frac{\partial \psi}{\partial i} \cdot \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + i \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \gamma} \cdot \frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}t}.$$
(4.28)

Vaiheessa kulutettu energia edustaa mekaanista työtä  $dW_{mek}$  ja magneettikenttään varastoituneen energian muutosta  $dW_e$ . Lisäksi osa energiasta kuluu resistiivisiin häviöihin:

$$u \cdot i \cdot dt = R \cdot i^2 \cdot dt + i \cdot \frac{\partial \psi}{\partial i} \cdot di + i \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \gamma} \cdot d\gamma = R \cdot i^2 \cdot dt + dW_e + dW_{mek} \cdot (4.29)$$

Magneettisen energian muutos virran *i* ja kiertymäkulman  $\gamma$ avulla voidaan lausua

$$dW_{\rm e} = \frac{\partial W_{\rm e}}{\partial i} di + \frac{\partial W_{\rm e}}{\partial \gamma} d\gamma.$$
(4.30)

Tällöin mekaanisen energian derivaatta saa lausekkeen

$$dW_{\text{mek}} = \left(i \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \gamma} - \frac{\partial W_e}{\partial \gamma}\right) \cdot d\gamma + \left(i \cdot \frac{\partial \psi}{\partial i} - \frac{\partial W_e}{\partial i}\right) \cdot di .$$
(4.31)

Tietyllä hetkellä vaiheeseen varastoitunut magneettinen energia saadaan

$$W_{\rm e} = \int_{0}^{\psi} i \cdot \mathrm{d}\psi = i \cdot \psi - \int_{0}^{i} \psi \cdot \mathrm{d}i \,. \tag{4.32}$$

Tällöin magneettisen energian derivaataksi virran suhteen saadaan

$$\frac{\partial W_{\rm e}}{\partial i} = i \cdot \frac{\partial \psi}{\partial i} + \psi - \int_{0}^{i} \frac{\partial \psi}{\partial i} \, \mathrm{d}i = i \cdot \frac{\partial \psi}{\partial i} \,. \tag{4.33}$$

Sijoittamalla yhtälön (4.30) tulos yhtälöön (4.28) saadaan mekaanisen energian derivaatan lausekkeeksi

$$dW_{\rm mek} = \left(i \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \gamma} - \frac{\partial W_e}{\partial \gamma}\right) \cdot d\gamma.$$
(4.34)

Vääntömomentti T on mekaanisen energian muutos pyörimiskulman suhteen. Sille saadaan lauseke

$$T = \frac{\mathrm{d}W_{\mathrm{mek}}}{\mathrm{d}\gamma} = i \cdot \frac{\partial\psi}{\partial\gamma} - \frac{\partial W_{\mathrm{e}}}{\partial\gamma}.$$
(4.35)

Vääntömomentin lauseketta voidaan yksinkertaistaa käyttämällä vääntömomentin lausekkeessa magneettisen energian  $W_e$  asemesta magneettista liittoenergiaa  $W^*$ . Magneettinen liittoenergia määritellään

$$W^* = \int_0^i \psi \cdot \mathrm{d}i \,. \tag{4.36}$$

Geometrinen tulkinta magneettiselle liittoenergialle on  $(i, \psi)$ -tasossa esitetyn magnetointikäyrän ja *i*-akselin välinen pinta-ala, kuva 4.5.



Kuva 4.5 Geometrinen tulkinta magneettiselle energialle  $W_{\rm e}$  ja liittoenergialle  $W^*$ .

Kuvan perusteella magneettisen energian ja liittoenergian summaksi saadaan

$$W_{\rm e} + W^* = i \cdot \psi \,. \tag{4.37}$$

Derivoimalla  $W^*$  kulman  $\gamma$  suhteen liittoenergian derivaatalle saadaan

$$\frac{\partial W^*}{\partial \gamma} = i \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \gamma} - \frac{\partial W_e}{\partial \gamma} \,. \tag{4.38}$$

Vertaamalla saatua tulosta vääntömomentin lausekkeeseen (4.32) huomataan, että reluktanssikoneen vääntömomentti on sama kuin magneettisen liittoenergian muutos kulmamuutosta kohti.

$$T = \frac{\partial W^*}{\partial \gamma}.$$
(4.39)

Tämän laskeminen edellyttää kenttäratkaisun tuntemista, joten sen käyttö rajoittuu numeerisiin laskelmiin. SR-koneen mallinnuksen kannalta olennaista on tuntea sen  $\psi$ *i*-kartastot eri toimintatilanteissa.

### 4.5 Reluktanssivääntömomentti ja ristikenttäperiaate

Avonapaisuus kehittää vääntömomenttia, jos roottorin siirtymä aiheuttaa koneen päävuoreitin reluktanssin pienentymistä. Koneet pyrkivät asettumaan aina reluktanssiminiminsä kohdalle. Tällöin myös magneettipiiriin tietyllä jännitteellä varastoituva energia saavuttaa miniminsä. Tämä periaate pätee hyvin niin kontaktorin sydämen toimintaan kuin molemmin puolin avonapaisen reluktanssikoneenkin toimintaan sekä tietysti myös synkronisen reluktanssikoneen toimintaan.

Tutkitaan seuraavassa lyhyesti, miten synkroninen reluktanssikone tuottaa vääntömomenttia sovellettaessa ristikenttäperiaatetta. Edellytyksenä on koneen pitkittäisen ja poikittaisen induktanssin tunteminen. Tarkastellaan kuvan 4.6 konetta. Staattorivirtavektori ja roottorin d-akseli muodostavat kulman  $\kappa$ : Konetta on helpointa tarkastella avonavan d-q-koordinaatistossa. Käämivuo on pitkittäisja poikittaisinduktanssien avulla

$$\boldsymbol{\psi} = L_{\rm d} i_{\rm sd} + j L_{\rm q} i_{\rm sq} = \boldsymbol{\psi}_{\rm d} + j \boldsymbol{\psi}_{\rm q} \,.$$

(4.40)



Kuva 4.6 Synkronisen reluktanssikoneen virtavektori koneen roottorin suhteen.

Virta- ja käämivuokomponenteille saadaan kuvan 4.6 perusteella

$$i_{sd} = |\mathbf{i}_{s}| \cos \kappa$$

$$i_{sq} = |\mathbf{i}_{s}| \sin \kappa$$

$$\psi_{sd} = L_{d} |\mathbf{i}_{s}| \cos \kappa$$

$$\psi_{sq} = L_{q} |\mathbf{i}_{s}| \sin \kappa.$$
(4.41)

Sijoitetaan vääntömomenttiyhtälöön

$$\boldsymbol{T}_{e} = \left| \frac{3}{2} \boldsymbol{\psi}_{s} \times \boldsymbol{i}_{s} \right| = \frac{3}{2} \left( \boldsymbol{\psi}_{sd} \boldsymbol{i}_{sq} - \boldsymbol{\psi}_{sq} \boldsymbol{i}_{sd} \right).$$

$$(4.42)$$

Tämä saadaan muotoon

$$T_{\rm e} = \frac{3}{4} \left( L_{\rm d} - L_{\rm q} \right) i_{\rm s}^2 \sin 2\kappa \,. \tag{4.43}$$

Maksimivääntömomentti synkronisesta reluktanssikoneesta tietyllä virralla saadaan siis virran ja roottorin d-akselin välisen kulman ollessa  $\pi/4$ .

## 4.6 Maxwellin jännitystensori vääntömomentin määrittämisessä

Maxwellin jännitystensoria käytetään usein numeeristen menetelmien yhteydessä vääntömomentin laskemiseen. Ajatus perustuu Faradayn väittämään, jonka mukaan vuoviivoissa esiintyy jännitystä, ne ovat kuin venytettyjä kumilankoja, jotka pyrkivät lyhenemään. Sähkökoneissa esiintyy monesti rakenteita, joissa roottorin pinnalla ei ole virrallisia sauvoja. Edellinen esimerkki synkronireluktanssikoneesta on juuri tällainen. Myös vierasmagnetoitu tahtikone stationaaritilassa toimiessaan edustaa konetyyppiä, jonka roottorin pinnalla ei esiinny virtoja. Kuva 4.7 esittää epätahtikoneen ilmavälin vuoratkaisua koneen toimiessa kuormitettuna.



Kuva 4.7 Kuormitetun epätahtikoneen ilmavälin vuoratkaisu, kone pyörii moottorina vastapäivään

Kuvaa tarkastelemalla voidaan havaita, että suurin osa vuoviivoista ylittää ilmavälin hieman vinosti niin, että jos kuvittelemme vuoviivat venyviksi aiheutuu niistä selvästi konetta vastapäivään pyörittävä vääntömomentti.

Maxwellin jännitysteorian mukaisesti tyhjössä kappaleitten välillä vaikuttava magneeettikentänvoimakkuus aiheuttaa kappaleitten pinnalle jännityksen  $\sigma_F$ , jonka suuruus on

$$\sigma_F = \frac{1}{2}\mu_0 H^2, \left[ N / m^2 \right].$$
(4.44)

Jännitys esiintyy voimaviivojen suuntaisena ja synnyttää yhtäläisen paineen niihin nähden suorassa kulmassa (Carpenter, Surface Integral Methods 1959, IEE Monograph No 342). Kun jännitystermi jaetaan tarkasteltavan kappaleen suhteen normaali- ja tangentiaalikomponenttiinsa saadaan

$$\sigma_{Fn} = \frac{1}{2} \mu_0 \left( H_n^2 - H_t^2 \right)$$
(4.45)

$$\sigma_{Ft} = \mu_0 H_n H_t \tag{4.46}$$

Vääntömomentin tuottamisen kannalta kiinnostavin on tietysti tangentiaalikomponentti  $\sigma_{Ft}$ . Roottoriin vaikuttava kokonaisvääntömomentti saadaan integroimalla jännitystensori esimerkiksi roottorin sisäänsä sulkevan lieriön yli. Lieriö sijoitetaan niin, että se juuri sulkee sisäänsä koneen roottorin. Vääntömomentti saadaan kertomalla saatu tulos roottorin säteellä. Tahtikoneen tapauksessa voidaan toki integroida vaikka roottorin ääriviivoja pitkin, mutta vääntömomentin laskemiseksi on jokaisessa kohdassa etsittävä roottorin säde tutkittavaan pisteeseen ja sitä vastaan kohtisuora komponentti. Huomaa, että terästä ei saa jäädä integroitavan pinnan sisään.

Virtapeite A synnyttää tangentiaalisen kentänvoimakkuuden sähkökoneeseen;

$$H_{t} = A \Leftrightarrow B_{t} = \mu_{0}A. \tag{4.47}$$

Yhtälön (4.46) mukaisesti saadaan koneessa esiintyvälle tangentiaaliselle jännitykselle

$$\sigma_{F_{\rm f}} = \mu_0 H_{\rm n} H_{\rm t} = \mu_0 H_{\rm n} A = B_{\rm n} A. \tag{4.48}$$

Maxwellin jännitystensori kuvastaa hyvin vääntömomentin syntymismekanismia. Valitettavasti numeerisista epätarkkuuksista johtuen esimerkiksi elementtimenetelmässä on aina suhtauduttava saatuun vääntömomenttitulokseen hieman varauksellisesti. Tämän johdosta myös elementtimenetelmää käytettäessä ratkaistaan vääntömomentti monesti muihin menetelmiin perustuen.

5.	SÄH	łKÖKONEEN SÄÄTÖ	1
	5.1	DC-koneen säätö	1
	5.2	Vektorisäätö	2
	5.3	Suorakäämivuosäätö, DFLC	4
	5.3.1	1 Oikeutus suoralle käämivuosäädölle	5
	5.3.2	2 Suoran käämivuosäädön toteutus	7
	5.3.3	3 Suoran käämivuosäädön virheet	11
	5.4	Suora vääntömomentin säätö, DTC	17
	5.4.1	1 Virtamallikorjaus	17
	5.4.2	2 Keskipistekorjaus	18
		· ·	

# 5. SÄHKÖKONEEN SÄÄTÖ

Seuraavassa keskitytään sähkökäytön säätäjäosion tarkasteluun hyvin yleisessä mittakaavassa.

### 5.1 DC-koneen säätö

Tasavirtakone on aina ollut helposti säädettävä, ja tyristorien kehityttyä 1950-luvun lopulla ja 1960luvulla saatiin ensimmäiset todella vaativiin käyttöihin soveltuvat laitteistot. Varsinkin täysin kompensoidun tasasähkökoneen ominaisuudet ovat säätöteknisesti erinomaiset.

Vierasmagnetoidussa täysin kompensoidussa tasavirtakoneessa sähköistä vääntömomenttia  $T_e$  ja käämivuota  $\psi_F$  voidaan ohjata toisistaan riippumatta. Täysin kompensoidun tasavirtakoneen käämivuo riippuu vain magnetointivirrasta  $I_F$ 

$$\psi_{\rm F} = f(I_{\rm F}),\tag{5.1}$$

sillä kompensoinnilla on poistettu ankkurivirran  $I_A$  vaikutus koneen magnetointitilaan eli ankkurireaktio.

Sähköinen vääntömomentti riippuu säädettävästä käämivuosta ja ankkurivirrasta, koska koneen rakenne takaa käämivuon ja ankkurivirran keskinäisen kohtisuoruuden ( $\alpha = 90^\circ$ ). Saadaan

$$T_{\rm e} = C \cdot I_{\rm A} \cdot \psi_{\rm F} \cdot \sin \alpha = C \cdot I_{\rm A} \cdot \psi_{\rm F}.$$
(5.2)

C on koneen rakenteesta riippuva kerroin.

Käämivuota säädetään nopeudesta riippuen seuraavasti: Nimellisnopeuden alapuolella pidetään käämivuo nimellisenä ja suuremmilla nopeuksilla pienennetään käämivuota kääntäen verrannollisena nopeuteen. Jälkimmäistä aluetta sanotaan kentänheikennysalueeksi. Koska ankkurireaktio on kompensoitu ja käämivuota ohjataan nopeudesta riippuen edellä kuvatulla tavalla, jää ankkurivirta ainoana vaikuttamaan vääntömomenttiin. Näin vääntömomenttia voidaan ohjata nopeasti, koska vuota ei tarvitse muuttaa. Kuvassa 5.1 on esitetty tasasähkökoneen säätökaavio.



Kuva 5.1 Vierasmagnetoidun täysin kompensoidun tasavirtakoneen säädön kaavio. Kuvasta käy selkeästi ilmi ankkurivirran  $i_A$  ja magnetointivirran  $i_F$  säätöjen erillisyys. Säädin saa ohjeenaan pyörimisnopeuden  $n_{ohie}$ .

Tässä yhteydessä muistutettakoon vielä, että sähkökoneelta vaadittava sähköinen vääntömomentti noudattaa mekaniikasta tuttua pyörimisnopeuden differentiaaliyhtälöä, jossa tekijöinä esiintyvät vääntömomentti  $T_L$ , hitausmomentti J, mekaaninen kulmanopeus  $\Omega$  ja pyörimiskitkakerroin B

$$T_{\rm e} = T_{\rm L} + J \frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} + B\Omega \,. \tag{5.3}$$

Tasavirtakone on kuitenkin hinnaltaan kallis ja sen hiiliharjat vaativat paljon huoltoa, joten teollisuusjärjestelmien suhteen on jo pitkään elänyt haave siirtyä kokonaan harjattomiin vaihtovirtakäyttöihin. Sitä varten on kehitetty vektorisäätö, jonka ytimen muodostaa edellä esitetty tasavirtakoneen säätö.

## 5.2 AC-moottorien vektorisäätö

Vaihtovirtamoottorit tarvitsevat vähemmän huoltoa, kestävät suurempi nopeuksia, ja niitä voidaan rakentaa huomattavasti suuremmille tehoille kuin tasavirtamoottoreita. Siksi on mielekästä pyrkiä vaihtovirtakäyttöihin tasavirtakäyttöjen asemesta. Vaihtovirtakoneilla magnetointiin ja vääntömomenttiin vaikuttavat tekijät ovat kuitenkin liittyneet toisiinsa, koska näissä koneissa ei ole ankkurireaktion kumoamiseen tarvittavaa kompensointikäämitystä kuten tasavirtakoneissa.

1960-luvun lopulla saksalaisinsinööri Felix Blaschke innovoi menetelmän, jonka avulla kiertokenttäkoneitten säädössä päästiin lähelle tasavirtakäyttöjen ominaisuuksia. Kehitettiin Siemensin kauppanimellä tunnettu transvektorisäätö. Vektorisäädössä pyritään ohjaamaan vaihtovirtamoottorin käämivuota ja sähköistä vääntömomenttia toisistaan riippumattomina.

Vaihtovirtakoneilla sähköinen vääntömomentti on esimerkiksi staattorivirran ja staattorikäämivuovektorin ristitulo

$$\boldsymbol{T}_{\rm e} = \frac{3}{2} \boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{\psi}_{\rm s} \times \boldsymbol{i}_{\rm s} \tag{5.4}$$

eli itseisarvojen tulo kertaa välisen kulman sini. Vääntömomentti on koneen akselin suuntainen vektori. Skalaarisuureena vääntömomentti voidaan ilmoittaa seuraavasti

$$T_{\rm e} = \frac{3}{2} p \cdot |\boldsymbol{\psi}_{\rm s}| \cdot |\boldsymbol{i}_{\rm s}| \cdot \sin \beta , \qquad (5.5)$$

jossa

 $T_{\rm e}$ sähköinen vääntömomentti,

- $T_e$ sähköisen vääntömomentin itseisarvo,
- napapariluku,  $p \\ i_{\rm s}$
- staattorivirtavektori,
- staattorikäämivuovektori ja  $\psi_{\rm s}$
- β näiden välinen kulma.

Tämä lauseke saa positiivisen arvon, kun virta pyörii positiiviseen pyörimissuuntaan käämivuon edellä ( $\beta > 0$ ). Tällöin meillä on moottorikäyttö. Jos taas käämivuo on edellä virrasta ( $\beta < 0$ ) on kyseessä generaattorikäyttö.

Vääntömomentti saa ristikenttäperiaatteen mukaan maksiminsa, kun virta- ja käämivuovektori ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan eli niiden välinen kulma on 90°. Täysin kompensoidussa tasavirtakoneessahan tämä kohtisuoruus toteutuu kompensointi- ja kääntönapakäämityksen ansiosta aina, mutta vaihtovirtakoneissa näiden kahden suureen välinen kulma asettuu eri arvoihin tilanteesta riippuen. Vektoriohjauksen perusidea on saattaa virta ja käämivuo kohtisuoraan toisiaan vastaan ohjausteknisin keinoin. Tällöin suureita on käsiteltävä vektoreina, joilla on suunta ja suuruus. Tästä menettelytavasta on saatu nimi vektorisäätö.

Perinteisessä vektorisäädössä pyritään muodostamaan sellaiset virtaohjeet, että magnetointia ja sähköistä vääntömomenttia voidaan ohjata toisistaan riippumatta myös muutostilanteissa. Tämä onnistuu, jos saadaan lasketuksi erikseen ohje sähköistä vääntömomenttia aiheuttavalle virtakomponentille ja magnetoivalle virtakomponentille. Virrat voidaan esittää komponentteina esimerkiksi kuvan 5.2 mukaisessa ilmavälikäämivuohon sidotussa yT-koordinaatistossa tai roottoriin sidotussa dqkoordinaatistossa.



Kuva 5.2 Roottoriin kiinnitetty dq-koordinaatisto, ilmavälikäämivuohon kiinnitetty \varphiT-koordinaatisto ja staattoriin kiinnitetty xy-koordinaatisto. dq- ja  $\psi$ T-koordinaatistojen välinen kiertymäkulma on ilmavälikäämivuon napakulma  $\delta_{m}$ . dq- ja xy-koordinaatistojen välinen kiertymäkulma on roottorin asentokulma  $\theta_r$ ,  $\psi$ T- ja xy-koordinaatistojen välinen kiertymäkulma  $\theta_m$  on ilmavälikäämivuovektorin asentokulma xy-koordinaatistossa.

Kuvassa 5.3 on esitetty periaatteellinen vektorisäädön kytkentäkaavio AC-moottorille. Verrattaessa kuvaa 5.3 kuvaan 5.1 voidaan havaita, että molemmissa säädöissä periaate on samanlainen. Pyritään siis säätämään käämivuota ja vääntömomenttia erillisinä. Kuitenkin on havaittavissa kaksi pääasiallista eroa. Ensimmäinen eroavaisuus näiden kahden säädön välillä on virtojen käsittelyssä. Kun DC-koneen säädössä käämivuota ja vääntömomenttia aiheuttavat virrat saadaan yksinkertaisesti mittaamalla, niin vektorisäädössä joudutaan suorittamaan koordinaatistojen muunnoksia mitatuille virroille, jotta saadaan esiin käämivuota ja vääntömomenttia aiheuttavat virtakomponentit. Vastaavasti koordinaatistomuunnokset joudutaan suorittamaan käänteisesti, kun muodostetaan moottoriin syötettävät vaihejännitteet. Toinen eroavaisuus on, kun DC-koneen säädössä mitatuilla virroilla on suora yhteys vääntömomentin ja käämivuon oloarvoihin, niin vektorisäädössä joudutaan käämivuon ja vääntömomentin aunottorimallin avulla.



Kuva 5.3 Perinteisen vektorisäädön ohjauksen kytkentäkuva AC-koneelle. Vektorisäädössä pyritään säätämään käämivuota ja vääntömomenttia erillisinä koordinaatisto muunnoksilla luotujen virtavektoreiden avulla.

Vektorisäätö on nykyisin yleisesti käytössä oleva menetelmä erilaisten kiertokenttäkoneiden säätöön. Suuri osa taajuusmuuttajavalmistajista soveltaa jotain vektorisäätömenetelmää tuotteissaan.

### 5.3 Suora käämivuosäätö, DFLC

Saksalainen Manfred Depenbrock ja japanilaiset Takahashi ja Noguchi esittivät 1980-luvun puolivälissä Faradayn induktiolakiin perustuvan menetelmän, jossa integroidaan staattorijännitevektoria staattorikäämivuon määrittämiseksi. Tutkijat eivät antaneet varsinaista nimeä esittämälleen menetelmälle, joten olemme nimenneet menetelmän - sen luonteen mukaisesti - suoraksi käämivuosäädöksi, Direct Flux Linkage Control (DFLC). Periaate eroaa aiemmista vektorisäätömenetelmistä siinä, ettei moottoriin syötettyä staattorivirtaa ohjata suoraan, vaan pyritään vaikuttamaan mahdollisimman suoraan moottorin käämivuohon ja siten koneen tuottamaan vääntömomenttiin.

Säätöteknisessä mielessä DTC:ssä moottorivirta on siis järjestelmän lähtösuure ei tulosuure.

### 5.3.1 Suoran vääntösäädön peruste

Koska suora käämivuonsäätö on alunperin esitelty oikosulkukoneille, tarkastellaan ohjaustekniikan perusfilosofiaa oikosulkukoneen avulla. Oikosulkumoottorin sijaiskytkentänä käytetään kuvan 5.4 mukaista luvussa kolme johdettua tuttua vektorisijaiskytkentää, joka pätee yleisesti moottorille myös muutostiloissa. Sijaiskytkentä ei ota huomioon rautahäviöitä, harmonisia eikä koneen kyllästystä, mutta on säätöteknisessä mielessä yleensä riittävän tarkka siitä huolimatta.



Kuva 5.4 Oikosulkukoneen avaruusvektoriteorian mukainen sijaiskytkentä yleisellä nopeudella  $\omega_g$  pyörivässä koordinaatistossa. Virrat *i* ja jännitteet *u* ovat vektoreita, samoin käämivuot  $\psi$ . Staattorikoordinaatistossa kulmataajuus  $\omega_g$  katoaa.

Kerrataan epätahtikoneen avaruusvektoriteorian mukaiset yhtälöt, ja etsitään perusteita suoralle käämivuosäädölle. Sijaiskytkennän perusteella saadaan jännitteille ja käämivoille seuraavat esitykset:

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}} = R_{\mathrm{s}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} + \mathrm{j}\,\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{g}}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}\,. \tag{5.6}$$

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{r}} = R_{\mathrm{r}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} + j(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{g}} - p\boldsymbol{\Omega})\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}.$$
(5.7)

$$\boldsymbol{\psi}_{\rm s} = L_{\rm s} \boldsymbol{i}_{\rm s} + L_{\rm m} \boldsymbol{i}_{\rm r} \,. \tag{5.8}$$

$$\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}} = L_{\mathrm{r}} \boldsymbol{i}_{\mathrm{r}} + L_{\mathrm{m}} \boldsymbol{i}_{\mathrm{s}} \,. \tag{5.9}$$

$$\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{m}} = L_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}} + \boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}) = L_{\mathrm{m}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{m}}.$$
(5.10)

Tässä ns. staattori-induktanssi on staattorin hajainduktanssin ja magnetoimisinduktanssin summa

$$L_{\rm s} = L_{\rm s\sigma} + L_{\rm m} \,. \tag{5.11}$$

Vastaavasti määritellään myös roottori-induktanssi

$$L_{\rm r} = L_{\rm r\sigma} + L_{\rm m} \,. \tag{5.12}$$

Koneen hetkellinen vääntömomentti voidaan lausua tutulla ristikenttäperiaatteella

Sähkökäytöt, Juha Pyrhönen, LTY Sähkötekniikka

$$\boldsymbol{T}_{e} = +\frac{3}{2} p \boldsymbol{\psi}_{s} \times \boldsymbol{i}_{s} = -\frac{3}{2} p \boldsymbol{\psi}_{r} \times \boldsymbol{i}_{r}.$$
(5.13)

Sijoittamalla (5.8) yhtälöön (5.13) saadaan

$$\boldsymbol{T}_{e} = \frac{3}{2} p((\boldsymbol{L}_{s\Box} + \boldsymbol{L}_{m})\boldsymbol{i}_{s} + \boldsymbol{L}_{m}\boldsymbol{i}_{r}) \times \boldsymbol{i}_{s} = \frac{3}{2} p \boldsymbol{\psi}_{m} \times \boldsymbol{i}_{s} = -\frac{3}{2} p \boldsymbol{\psi}_{m} \times \boldsymbol{i}_{r}.$$
(5.14)

Ilmavälikäämivuon avulla voidaan vääntömomentti ilmaista sekä staattori- että roottorivirran avulla. Vääntömomentille on johdettavissa myös lauseke, jossa määräävinä tekijöinä ovat staattorin ja roottorin käämivuot sekä hajakerroin. Käyttämällä yhtälöitä (5.8), (5.9) ja (5.13) saadaan

$$T_{e} = \frac{3}{2} p \psi_{s} \times i_{s} = \frac{3}{2} p \psi_{s} \times \frac{\psi_{r} - i_{r} L_{r}}{L_{m}}$$

$$T_{e} = \frac{3}{2} p \left[ \psi_{s} \times \frac{\psi_{r}}{L_{m}} - \psi_{s} \times \frac{\psi_{s} - i_{s} L_{s}}{L_{m}} \frac{L_{r}}{L_{m}} \right]$$

$$T_{e} = \frac{3}{2} p \psi_{s} \times i_{s} = \frac{3}{2} p \left[ \psi_{s} \times \frac{\psi_{r}}{L_{m}} + \psi_{s} \times \frac{i_{s} L_{s} L_{r}}{L_{m}^{2}} \right]$$
(5.15)

Ottamalla  $\frac{3}{2} p \psi_s \times i_s$  yhteiseksi tekijäksi jälkimmäisessä yhtälössä, saadaan vääntömomentin lauseke muotoon

$$\boldsymbol{T}_{e} = \frac{3}{2} p \frac{1}{\left(1 - \frac{L_{s}L_{r}}{L_{m}^{2}}\right)} \boldsymbol{L}_{m} \boldsymbol{\psi}_{s} \times \boldsymbol{\psi}_{r}.$$
(5.16)

Ottamalla käyttöön staattori- ja roottori- sekä kokonaishajaannukselle hajakertoimet

$$\sigma_{\rm s} = \frac{L_{\rm s\sigma}}{L_{\rm m}}, \ \sigma_r = \frac{L_{\rm r\sigma}}{L_{\rm m}}, \ \sigma = 1 - \frac{1}{(1 + \sigma_{\rm s})(1 + \sigma_r)}$$
(5.17)

saadaan vääntömomentin lausekkeessa (5.16) oleva jakokerroin muotoon

$$\frac{1}{\left(1 - \frac{L_{\rm s}L_{\rm r}}{L_{\rm m}^2}\right)L_{\rm m}} = \frac{1}{\left(L_{\rm m} - (1 + \sigma_{\rm s})(1 + \sigma_{\rm r})L_{\rm m}\right)} = \frac{1}{\left(L_{\rm m} - \frac{1}{(\sigma - 1)}\right)} = \frac{(\sigma - 1)}{\sigma L_{\rm m}}, \quad (5.18)$$

jolloin vääntömomentin lauseke yksinkertaistuu muotoon

$$\boldsymbol{T}_{e} = -\frac{3}{2} p \frac{\boldsymbol{\sigma} - 1}{\boldsymbol{\sigma} L_{m}} \boldsymbol{\psi}_{s} \times \boldsymbol{\psi}_{r}$$
(5.19)

**Tämä lauseke antaa oikeutuksen suoralle käämivuosäädölle.** Tiedetään nimittäin, että roottorin aikavakio  $\tau_r = L_r/R_r$  on kaikissa induktiomoottoreissa varsin pitkä, luokkaa 100 ... 1500 ms. Induktiomoottorin vääntömomenttia voidaan siis muuttaa erittäin tehokkaasti säätelemällä staattori-

ja roottorikäämivuon välistä kulmaa. Koska käämivuot sisältävät myös hajakomponentit, voidaan väittää, että vain koneen hajaannus rajoittaa muutosnopeutta. Suora käämivuosäätö tuottaakin nopeimmat mahdolliset vääntömomenttimuutokset oikosulkumoottorissa.

Roottorikäämivuon asemesta lausekkeessa (5.19) voitaisiin käyttää myös ilmavälikäämivuota, jolloin vääntömomentin lauseke saadaan muotoon

$$\boldsymbol{T}_{e} = -\frac{3}{2} p \frac{1}{L_{s\sigma}} \boldsymbol{\psi}_{s} \times \boldsymbol{\psi}_{m} \,. \tag{5.20}$$

Myös ilmavälikäämivuo käyttäytyy oikosulkumoottorissa stabiilisti. Tämä yhtälö sopii käytettäväksi myös tahtikoneiden suoran käämivuosäädön yhteydessä.

Nykyaikaisten IGBT-kytkimien kytkentä tapahtuu tyypillisesti noin alle ns:ssa. Jos prosessorikapasiteettia on riittävästi, voidaan käyttää jopa kymmenien kilohertzien kytkentätaajuuksia. Siten roottorikäämivuon ja ilmavälikäämivuon aikavakiot ovat helposti parikin dekadia pidemmät kuin se aika, mikä tarvitaan moottorimallin laskemiseen ja kytkentäpäätösten tekemiseen sekä toteuttamiseen. Kuvassa 5.5 on havainnollistettu, miten hieman rauhattomasta staattorikäämivuosta huolimatta ilmavälikäämivuo ja roottorikäämivuo käyttäytyvät rauhallisesti.

Kuva 5.5 DFLC:n periaatteita. Staattorikäämivuossa esiintyy erilaisten jännitevektorien vaikutuksesta värettä. Koneen eri aikavakiot suodattavat väreen vaikutuksen lähes merkityksettömäksi sekä ilmavälikäämivuo- että roottorikäämivuovektorin kärkien piirtämiä uria tarkasteltaessa. Poiketen staattorikäämivuovektorin kärjen piirtämästä väreisestä urasta ilmaväli- ja varsinkin roottorikäämivuovektorin kärjen piirtämä ura on lähes täysin pyöreä. Stationaaritilassa roottorikäämivuon kulmanopeus  $\omega_{\Psi r}$  on hyvin tasainen. Sen sijaan staattorikäämivuovektorin kulmanopeus  $\omega_{\Psi s}$  on epätasainen. Sen keskiarvo on kuitenkin sama kuin roottorikäämivuo- tai ilmavälikäämivuovektorin kulmanopeus.



Yhtälöt (5.19), (5.20) ja kuva 5.5 osoittavat selkeästi, että kiertokenttäkoneen vääntömomenttia voidaan säätää nopeasti tekemällä mahdollisimman nopeita muutoksia staattorikäämivuohon. Kun hyväksymme tämän periaatteen, onkin helppo siirtyä tarkastelemaan suoran käämivuosäädön toteuttamista.

## 5.3.2 Suoran käämivuosäädön toteutus

Nopea vääntömomenttisäätö on avain hyvän säädön toteuttamiselle. Vaihtovirtamoottorin vääntömomenttia voidaan siis säätää nopeasti muuttamalla staattorikäämivuon itseisarvoa ja staattori- ja roottorikäämivuon välistä kulmaa. Koko säätö voidaan siis periaatteessa rakentaa kahden yhtälön varaan. Staattorikäämivuoestimaatti lasketaan jännitteestä integroimalla

$$\boldsymbol{\psi}_{s,est} = \int (\boldsymbol{u}_s - \boldsymbol{R}_s \boldsymbol{i}_s) \mathrm{d}t , \qquad (5.21)$$

eikä staattoriresistanssin  $R_s$  lisäksi tarvita muita koneparametreja. Sähköisen vääntömomentin estimaatti saadaan estimoidun staattorikäämivuon ja mitatun staattorivirtavektorin avulla

$$\boldsymbol{T}_{e,est} = \frac{3}{2} p \boldsymbol{\psi}_{s,est} \times \boldsymbol{i}_{s}$$
 (5.22)

Kiertokenttäkoneen tapauksessa DFLC-säätöön liittyvät yhtälöt ovat näin kaikkein yksinkertaisimmat mahdolliset. Tässä on hyvä muistaa, että menetelmä soveltuu käytettäväksi kaikkien kiertokenttäkoneiden säädössä.

Suoran käämivuosäädön toteuttamiseksi tarvitaan edellä olevien tietojen lisäksi käämivuovektorin paikkatieto vuoympyrällä. Jaetaan vuoympyrä kuuteen sektoriin siten, että sektorien rajat puolittavat kaksitasoinvertterin jännitevektorien väliset kulmat, kuva 5.6.



Kuva 5.6. Vuoympyrän jako jännitevektorien määräämiin sektoreihin ĸ.

Suorassa käämivuosäädössä staattorikäämivuo ja vääntömomentti pidetään asetelluissa hystereesirajoissa. Tehokytkimien ohjauksia muutetaan ainoastaan, kun vääntömomentti tai käämivuon itseisarvo poikkeavat liiaksi asetusarvoistaan. Kun hystereesiraja saavutetaan, valitaan seuraava sopiva jännitevektori ohjaamaan staattorikäämivuota oikeaan suuntaan.. Pidettäessä staattorikäämivuota säädön kohteena, voidaan ohjaus tehdä ohjaamalla suoraan invertterin kytkimiä. Kussakin sektorissa voidaan käyttää kumpaankin pyörimissuuntaan kahta jännitevektoria. Toinen vektori suurentaa ja toinen pienentää staattorikäämivuota. Staattorikäämivuon itseisarvoa säädetään normaalin kaksipistesäädön mukaisesti, eli vuota suurennetaan kunnes se saavuttaa ylemmän hystereesirajan, minkä jälkeen sitä pienennetään, kunnes tullaan alemmalle rajalle. Hystereesirajat määräytyvät sallitun kytkentätaajuuden perusteella. Jos kytkentätaajuus pyrkii ylittämään sallitun ylärajan, joudutaan hystereesirajoja väljentämään. Toisaalta hystereesin asettelun avulla voidaan pyrkiä optimoimaan energiataloutta tms. Staattorikäämivuovektoriin nähden poikittaisilla jännitevektoreilla (kuvan 5.7 tilanteessa kaksitasoinvertterillä  $u_3$  ja  $u_6$ ) on erityisen voimakas vaikutus vääntömomenttiin – varsinkin toimittaessa selvästi alle koneen nimellisnopeuden. Käyttämällä poikittaista jännitevektoria saadaan erittäin nopea vääntömomenttivaste.



Kuva 5.7 Kaksitasoinvertterin jännitevektorit ja hystereesisäätöä havainnollistava varjostettu alue. Kyseessä on tahtikoneen säätö, sillä staattorivirta on kohtisuorassa staattorikäämivuota vastaan. Jälleen ollaan lähellä kentänheikennystä. Jos staattorikäämivuon itseisarvo ajautuu kuviossa hystereesiylärajalle niin, että kulma  $\gamma$ ilmavälikäämivuon  $\psi_m$  kanssa on samalla mahdollisimman suuri, saadaan vääntömomentin hystereesin yläraja  $T_{emax}$ . Kun kulma ja itseisarvo ovat pienimmillään, ollaan vääntömomentin hystereesin alarajalla  $T_{emin}$ . Huomaa, että jos jännitevektori siirtää  $\psi_s$ :ää kuvassa esitetystä, myös virran asento muuttuu, ja kohtisuoruus säilyy pääpiirteittäin.

Yhdistettäessä käämivuon ja vääntömomentin hystereesisäädöt, sekä käämivuovektorin paikkatieto, saadaan Takahashin nimityksen mukaisesti ns. optimikääntötaulukko, taulukko 4.1. Koska käämivuo halutaan pitää tietyissä rajoissa, sitä aina joko suurennetaan  $\phi = 1$  tai pienennetään  $\phi = 0$ . Vääntömomentin säädön suhteen on kolme mahdollisuutta:

- $\tau = 0$  käytetään nollajännitettä,
- $\tau = 1$  viedään käämivuota positiiviseen pyörimissuuntaan,
- $\tau = -1$  viedään käämivuota negatiiviseen pyörimissuuntaan.

käämivuon s	ijaintisektori	$\kappa = 0$	$\kappa = 1$	$\kappa = 2$	<i>к</i> =3	$\kappa = 4$	$\kappa = 5$
vääntöbitti	käämivuobitti						
τ	φ						
-1	0	<b>U</b> <sub>5</sub>	<b>U</b> <sub>6</sub>	<b>u</b> <sub>1</sub>	<b>u</b> <sub>2</sub>	<b>U</b> <sub>3</sub>	<b>u</b> <sub>4</sub>
-1	1	<b>U</b> <sub>6</sub>	$\boldsymbol{u}_1$	<b>u</b> <sub>2</sub>	<b>U</b> <sub>3</sub>	<b>U</b> <sub>4</sub>	<b>U</b> 5
1	0	<b>U</b> <sub>3</sub>	<b>U</b> <sub>4</sub>	<b>U</b> 5	<b>u</b> <sub>6</sub>	<b>u</b> <sub>1</sub>	<b>u</b> <sub>2</sub>
1	1	<b>u</b> <sub>2</sub>	<b>U</b> <sub>3</sub>	<b>U</b> <sub>4</sub>	<b>U</b> 5	<b>u</b> <sub>6</sub>	<b>u</b> <sub>1</sub>
	0	<b>u</b> <sub>0</sub>	$\boldsymbol{u}_0$	<b>u</b> <sub>0</sub>	<b>u</b> <sub>0</sub>	<b>u</b> <sub>0</sub>	$\boldsymbol{u}_0$

Taulukko 4.1. Jännitevektorin valinta käämivuon sijainnin ja halutun käämivuomuutoksen perusteella.

DFLC:n tätä ydintoimintaa voidaan esittää kuvalla 5.8, jossa yhdistetään vääntömomentti- ja käämivuosäätö, sekä käämivuon paikkatieto.



Kuva 5.8 Yhdistetyn vääntömomentti- ja käämivuosäädön lohkokaavio.

Hystereesisäädetyn vääntömomentin käyttäytymistä esittää kuva 5.9. Merkinnän t- kohdalla esimerkiksi vääntömomentin annetaan pienentyä, kun vääntömomentin yläraja on saavutettu. Tässä voidaan käyttää nollajännitevektoria, jolloin staattorikäämivuo pysyy paikallaan ja lyhenee hieman resistanssien vaikutuksesta. Vääntömomentin  $T_e$  hetkellinen itseisarvo pienenee, kunnes alitetaan hystereesivälin asettama alin vääntömomentti. Tällöin valitaan jälleen jännitevektori, joka pitää staattorikäämivuon pituuden sopivana ja kasvattaa käämivuovektoreiden välistä kulmaa lisäten siten vääntömomenttia (t+).

Kuva 5.9 Ilmavälivääntömomentin hystereesisäätö. Sähköisen vääntömomentin itseisarvo värähtelee ohjearvon molemmin puolin. Vääntöväreestä ei ole haittaa, sillä kytkentätaajuus on tyypillisesti kilohertzejä, joten mekaaninen järjestelmä suodattaa väreen pois. Vääntömomenttikuvion epäsäännöllisyys  $t_t$ :n osoittamassa paikassa perustuu tilanteeseen, jossa käämivuosäätäjä pienentää käämivuota valitsemalla uuden jännitevektorin. Tällöin myös vääntömomentin kasvunopeus muuttuu. Hystereesiä  $\Delta T_{e1}$  säädetään PI-säätimellä, joka siten määrää samalla keskimääräisen kytkentätaajuuden.



#### Lisähystereesi

Suoran käämivuosäädön perustoteutuksessa staattorikäämivuosäätö on vääntömomenttisäädölle alisteinen. Jos tällaisessa säädössä vääntömomentin ohjearvo tulee nollaksi, niin silloin staattorikäämivuota ei säädetä lainkaan. Tämän varsin usein mahdollista esimerkiksi induktiokoneen säädössä toimittaessa pienellä nopeudella ja vääntömomentilla. Jos vääntösäätö ei

pyydä mitään, staattorikäämivuon itseisarvo pienenee resistiivisten häviöiden vaikutuksesta kuvan 5.10 mukaisesti ja ajautuu ulos hystereesirajoista. Tällainen tilanne voidaan välttää käyttämällä staattorikäämivuolle erillisiä hystereesirajoja  $\psi_{min2}$  ja  $\psi_{max2}$ . Vääntömomenttiohjeen ollessa eri suuri kuin nolla käytetään hystereesirajoja  $\psi_{min1}$  ja  $\psi_{max1}$ , jolloin staattorikäämivuon säätö on alisteinen vääntömomentin säädölle. Tällöin käytetään säätämiseen optimikääntötaulukon mukaisia jännitevektoreita. Vääntömomenttiohjeen lähestyessä nollaa ei vääntömomenttisäädölle alisteinen jolloin staattorikäämivuosäätö toimi, käytettävä hystereesirajat on 2 käsittävää staattorikäämivuosäätöä. Tällaisessa tilanteessa otetaan käyttöön staattorikäämivuon sijaintisektorin keskellä sijaitsevat jännitevektorit, koska tällöin staattorikäämivuon säädön vääntömomenttiin aiheuttamat vaikutukset pysyvät pienempinä kuin optimikääntötaulukon mukaisilla vektoreilla. Vääntömomenttibitin noustessa siirrytään jälleen käyttämään optimikääntötaulukon mukaisia jännitevektoreita.



Kuva 5.10 Lisähystereesi: Staattorikäämivuon säätö pienillä vääntömomentin arvoilla ja pienillä pyörimisnopeuksilla. Vääntömomenttikeskeisessä säädössä pääsee staattorikäämivuo pienenemään resistiivisten häviöiden vaikutuksesta. Muutamiin vaikutuskohtiin viitattu kuvassa nuolella. Tällainen käytös tulee ottaa huomioon asettamalla staattorikäämivuolle vääntömomenttisäädöstä riippumattomat hystereesirajat. Tällöin otetaan käyttöön staattorikäämivuon suuntaa parhaiten vastaavat jännitevektorit, jolloin staattorikäämivuon itseisarvoa voidaan kasvattaa siten, että staattori- ja ilmavälikäämivuon välinen kulma ei juurikaan muutu.

### 5.3.3 Suoran käämivuosäädön virheet

Tarkkaavainen lukija on ehkä havainnut, että DFLC ei sisällä juuri takaisinkytkeviä osia, mitkä ovat tyypillisiä tavallisille säätöjärjestelmille. Menetelmää onkin kritisoitu ja nimitetty mm. vain edistyneeksi skalaarisäädöksi, jossa ei ole varsinaista takaisinkytkentää. Ainut takaisinkytkentätieto on moottorin virtojen mittaus. Jos käämivuon integrointi onnistuu täydellisesti, pelkkä virranmittaus riittää, sillä vääntömomentti saadaan nyt tarkasti lasketuksi. Jännitteen integrointi yhtälön (5.21) mukaisesti ei valitettavasti olekaan yksinään täysin käyttökelpoinen – varsinkaan pienillä taajuuksilla toimittaessa. Käämivuon estimointi integroimalla sisältää vaikeuden, sillä pienetkin virheet voivat aiheuttaa suuren virhekertymän. Moottorin jännitettä ei yleensä mitata (siihen ei ole kaupallisessa tuotteessa taloudellisia mahdollisuuksia), ja erilaiset – esim. epälineaariset jännitehäviöt tehokytkimissä ja resistansseissa voivat hitaasti ajettaessa tai nollanopeudella muodostaa jopa 50 ... 70 % kokonaisjännitteestä. Näiden häviöiden tarkka estimointi on toistaiseksi ollut mahdotonta sillä laskentakapasiteetilla, minkä kaupalliseen käyttöön soveltuvat prosessorit

tarjoavat. Varsinkin tehokytkinten epämääräiset ja valmistuserästä toiseen vaihtelevat jännitehäviöt ovat todella vaikeita mallittaa. Tällöin staattorikäämivuon integraalin epäonnistuessa moottorin käämivuohon kertyy ajan mittaan helposti virhettä. Suurin ongelma DFLC:ssä onkin se, että staattorikäämivuoestimaatin virheiden takia moottorin käämivuon eteneminen ei pysy origokeskeisenä. Kuva 5.10 havainnollistaa moottorin todellisen staattorikäämivuon kärjen piirtämän uran ajautumista hitaasti pois origokeskeiseltä uralta.



Kuva 5.10 Staattorikäämivuo ajautuu niin, että vektorin kärjen piirtämä ura ei ole enää origokeskeinen. DFLC-säädin pitää estimaatin origokeskeisenä, mutta samanaikaisesti integroinnissa esiintyvät virheet aiheuttavat sen, että moottorin todellinen staattorikäämivuo ajautuu epäkeskeiseksi.

Ainut takaisinkytkentätieto - staattorivirta - sisältää informaatiota staattorikäämivuon ajautumisesta, sillä käytännössä tämänkaltainen ajautuminen tuottaa virtoihin tasavirtakomponentin. Lisäksi staattorikäämivuon integrointiyhtälössä (5.21) havaitaan negatiivinen takaisinkytkentä virrasta. Termi  $-R_s i_s$  stabiloi periaatteessa tilannetta, mutta koska staattoriresistanssi on – varsinkin suurissa koneissa – hyvin pieni, pääsee moottorin käämivuo ajautumaan varsin pahasti epäkeskeiseksi ennen kuin  $R_s i_s$ :n vaikutus on riittävän suuri estämään suuremman epäkeskeisyyden. Tämä staattorikäämivuon ajautuminen epäkeskeiselle uralle tapahtuu kuitenkin varsin hitaasti, joten käytännössä meillä on aikaa korjata käämivuon kulkua erilaisin menetelmin. Eri virheitten vaikutusta staattorikäämivuon integrointiin on tarkasteltu mm. Jukka Kaukosen väitöskirjassa, josta seuraava tarkastelu on.

Staaattorikäämivuon estimaatti saadaan siis integroimalla staattorijännitevektoreita staattorikoordinaatistossa. Staattorikoordinaatisto on luonnollinen valinta eikä DFLC:n tapauksessa tarvita ylimääräisiä koordinaatistomuunnoksia, kuten virtavektorisäädössä. Integrointi tehdään digitaalisesti käyttäen tehokasta signaaliprosessoria. Vain staattorin jännite- ja virtavektorit  $u_s$  ja  $i_s$  tarvitaan  $R_s$ :n lisäksi.

Invertterin syöttäessä jännitepulsseja moottorin käämityksiin muodostuvat jännitevektorit. Staattorin vaihevirrat mitataan ja niistä muodostetaan staattorin virtavektori. Tämän lisäksi tyypillisesti mitataan välipiirin tasajännite  $U_{DC}$  ja invertterin kytkentätilat  $S_A$ ,  $S_B$ ,  $S_C$  sekä kehitetään malli kytkimien jännitehäviöille. Kytkentätiloille voidaan edellä tarkastellun perusteella antaa arvot "1" tai "0" riippuen kytkentätilasta. Staattorijännitevektori koostuu siis seuraavasti

$$\boldsymbol{u}_{s}(S_{A}, S_{B}, S_{C}) = \frac{2}{3} U_{DC} \left( S_{A} e^{j0} + S_{B} e^{j\frac{2\pi}{3}} + S_{C} e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) - \frac{2}{3} \left( u_{a,hav} e^{j0} + u_{b,hav} e^{j\frac{2\pi}{3}} + u_{c,hav} e^{j\frac{4\pi}{3}} \right).$$
(5.23)

Tässä  $u_{a,hav}$ ,  $u_{b,hav}$  ja  $u_{c,hav}$  pyrkivät mallittamaan tehokytkimien jännitehäviöitä sekä kytkentätilan aikana että kytkimen johtaessa. Staattorikäämivuoestimaatille saadaan nyt

5.13

$$\boldsymbol{\psi}_{\text{sest},1} = \int \left( \boldsymbol{u}_{\text{s}} (S_{\text{A}}, S_{\text{B}}, S_{\text{C}}) - \boldsymbol{i}_{\text{s}} R_{\text{s}} \right) dt + \boldsymbol{\psi}_{\text{s est},0}$$
  
$$\approx \boldsymbol{u}_{\text{s}} (S_{\text{A}}, S_{\text{B}}, S_{\text{C}}) \Delta t - \int \boldsymbol{i}_{\text{s}} R_{\text{s}} dt + \boldsymbol{\psi}_{\text{s est},0}$$
(5.24)

Yhtälöstä havaitaan, että staattoriresistanssin vaikutuksen ollessa pieni staattorikäämivuo kulkee hetkellisen jännitevektorin suuntaan. Käytettäessä nollasta poikkeavaa vektoria muutosnopeus on suuri. Käytettäessä nollaosoittimia muutosnopeus on pieni ja verrannollinen häviöön  $i_sR_s$ . Käämivuon estimointi on periaatteessa varsin helppo toteuttaa, jos unohdetaan vaikeudet, joita kumuloituvat erheet aiheuttavat. Menetelmä ei ole riippuvainen koneen induktanssien tilasta ja tämä tekee menetelmästä varsinkin nopeissa muutostilanteissa ylivoimaisen perinteisiin virtavektorisäätöihin verrattuna. Ainoastaan  $R_s$  on kriittinen koneparametri, ja sen mittaaminen on käytännössäkin varsin helposti järjestettävissä.

Yhtälöistä (5.23) ja (5.24) havaitaan, että integrointivirhettä syntyy neljän eri tekijän vaikutuksesta:

- 1) jännitevälipiirin jännitteen mittausvirheestä,
- 2) staattorivirran mittausvirheestä,
- 3) kytkimen jännitehäviön estimointivirheestä ja
- 4) staattoriresistanssin estimointivirheestä.

Luonteeltaan nämä virheet voidaan luokitella kahteen ryhmään:

- 1) vahvistusvirheeseen ja
- 2) offset virheeseen.

Vahvistusvirheet aiheuttavat pysyvän virheen staattorikäämivuon integrointiin. Voidaan osoittaa, että vääntömomenttivirhe on suoraan verrannollinen jännitevälipiirin mittausvirheeseen ja virranmittauksen neliöön. Staattoriresistanssivirheen tapauksessa vääntömomenttivirhe on suoraan verrannollinen staattoriresistanssin virheeseen. On myös syytä huomata, että vääntömomenttiestimaatin virhe on kääntäen verrannollinen taajuuteen ja suurilla taajuuksilla siten merkityksetön. Nollanopeudella estimointivirhe johtaa erittäin suureen vääntömomenttivirheeseen.

Offset-virhe aiheuttaa vaihesuureisiin tasakomponentteja ja staattorikäämivuovektori pyörii epäkeskeisesti tietyllä etäisyydellä origosta. Vääntömomenttiin syntyy pyörimisnopeuteen verrannollinen sykkivä virhe.

Jännitteenmääritykseen liittyy siten kaksi virhetyyppiä. Joko saamme pysyvän stabiilin virheen tai sitten epästabiilin jatkuvasti ajautuvan virheen joka vie staattorikäämivuon pois origokeskeiseltä radalta. Tämä jälkimmäinen on vakava ongelma.

## Välipiirijännitteen mittausvirhe

Välipiirijännitteen suhteen vahvistusvirhe ja offset virhe tuottavat samantapaisen erheen, sillä mittasignaali on tasasuure. Voidaan havaita kaksi erityyppistä virhettä, joka ovat seurausta välipiirin jännitteen väärästä mittauksesta. Toinen on stabiili tasavirhe ja toinen on käämivuon epästabiili ajautuminen. Kuva 5.11 havainnollistaa näitä virheitä. Mitattu välipiirin jännite  $U_{\text{DC mitt}}$  voidaan ilmaista

$$U_{\rm DC \, mitt} = (1 - k_{\rm vahv})U_{\rm DC} + \Delta U_{\rm DC \, offs} = U_{\rm DC} + \Delta U_{\rm DC}, \qquad (5.25)$$

missä  $U_{\rm DC}$  on todellinen jännite ja  $k_{\rm vahv}$  on vahvistuskerroin sekä  $\Delta U_{\rm DC}$  offs on offsetjännite.  $\Delta U_{\rm DC}$  on kokonaismittausvirhe tietyllä ajanhetkellä: Kaukonen (1999) on osoittanut, että jos  $\Delta U_{\rm DC} \ge 0$  ( $U_{\rm DC}$  mitt  $\ge U_{\rm DC}$ ), syntyy stabiili käämivuovirhe ja jos  $\Delta U_{\rm DC} < 0$  ( $U_{\rm DC}$  mitt  $\le U_{\rm DC}$ ), tapahtuu epästabiilia ajautumista.



Kuva 5.11 Esimerkkejä välipiirijännitteen virheen aiheuttamista käämivuointegraalin käyttäytymisistä.

### Vaihevirtojen virheet

Vahvistus- ja offset-virheet mitatuissa vaihevirroissa aiheuttavat samankaltaisia ilmiöitä kuin ylläesitetyt. Voimme havaita kaksi erityyppistä käytöstä. Käämivuossa voi esiintyä pysyvä vakiovirhe tai käämivuo voi ajautua epästabiiliksi. Nämä kaksi virhettä esiintyvät samoin ehdoin kuin välipiirin jännitevirhekin. Virranmittauksen vahvistusvirhettä voidaan pitää jännitehäviölaskennan virheenä ja lopulta jännitevirheenä. Mitattu staattorijännite  $u_{s mit}$  voidaan ilmaista

$$\boldsymbol{u}_{\text{smit}} = \boldsymbol{u}_{\text{s lask}} \left( S_{\text{A}}, S_{\text{B}}, S_{\text{C}} \right) - \left( 1 - k_{\text{valv}} \right) \boldsymbol{i}_{\text{s}} \boldsymbol{R}_{\text{s}} = \boldsymbol{u}_{\text{s}} + \Delta \boldsymbol{u}_{\text{s}}, \qquad (5.26)$$

missä  $u_s$  on todellinen staattorijännite,  $u_{s \text{ lask}}$  on välijännitteestä ja kytkinasennoista laskettu jännite  $k_{\text{vahv}}$  on vahvistuskerroin.  $\Delta u_s$  esittää kokonaismittausvirhettä tietyllä ajanhetkellä. Simuloinnein on voitu osoittaa, että jos  $\Delta u_s \ge 0$  ( $|u_{s \text{ mit}} \ge |u_s|$ ) niin syntyy stabiili käämivuon virhe ja jos  $\Delta u_s < 0$  ( $|u_s \text{ mit}| \le |u_s|$ ), esiintyy epästabiilia ajautumista, kuva 5.12. Offset-virhe mitatuissa vaihevirroissa aiheuttaa DC-komponentin, joka johtaa ilman muuta integraalin ajautumiseen.

#### Kytkimen jännitehäviön virhe

Tehokytkimille on vaikea käyttää mitään tarkkaa mallia nykyisen laskentakapasiteetin aikana, ja siksi niitä kuvataan tavallisesti yksinkertaisella resistanssimallilla ( $R_d$ ), jota täydennetään kynnysjännitteellä  $u_{th}$ 

$$\boldsymbol{u}_{\text{hav}} = \boldsymbol{u}_{\text{th}} + \boldsymbol{i}_{\text{s}} \boldsymbol{R}_{\text{d}} \,. \tag{5.27}$$
Kytkinkomponenttien jännitehäviön mallinnusvirhettä voidaan pitää staattoriresistanssivirheen kaltaisena.

#### Staattoriresistanssin virhe

DFLC:n stabiiliutta voidaan tarkastella staattoriresistanssin estimoinnin kautta, sillä se on kaikkein merkittävin muuttuja jänniteintegroinnissa ja käämivuon integrointi on erittäin herkkä tälle virheelle. Oikosulkukoneen tapauksessa on osoitettu sekä analyyttisesti että kokeellisesti, että mikäli staattoriresistanssi estimoidaan liian suureksi  $R_{s est} > R_{s act}$  staattorikäämivuon virhetermi kasvaa käämivuon suuntaan ja DFLC säätö on epästabiili (positiivinen takaisinkytkentä). Mikäli staattoriresistanssi arvioidaan liian pieneksi  $R_{s est} \le R_{s act}$  käämivuon erhe pyrkii pienenemään ja DFLC säätö on stabiili (negatiivinen takaisinkytkentä) (Pohjalainen 1987). Sama pätee muillekin konetyypeille. Staattorijännitteen integraali voidaan kirjoittaa muotoon

$$\boldsymbol{\psi}_{s} = \int \boldsymbol{u}_{s} \mathrm{d}t - R_{s} \int \boldsymbol{i}_{s} \mathrm{d}t \,, \tag{5.28}$$

Staattoriresistanssiestimaatti voidaan ilmaista

$$R_{\rm sest} = R_{\rm s} + \Delta R_{\rm s} \,. \tag{5.29}$$

 $R_{\rm s \ est}$  on estimoitu resistanssi ja  $\Delta R_{\rm s}$  sen virhe. Staattorikäämivuon virhetermi saadaan muotoon

$$\boldsymbol{\psi}_{s \text{ err}} = \boldsymbol{\psi}_{s} - \boldsymbol{\psi}_{s \text{ est}} = \int \boldsymbol{u}_{s \text{ act}} dt - R_{s \text{ act}} \int \boldsymbol{i}_{s \text{ act}} dt - \int \boldsymbol{u}_{s \text{ act}} dt + (R_{s \text{ act}} + \Delta R_{s}) \int \boldsymbol{i}_{s \text{ act}} dt$$

$$= \Delta R_{s} \int \boldsymbol{i}_{s \text{ act}} dt = \Delta R_{s} \int \boldsymbol{i}_{s x \text{ act}} dt + j (\Delta R_{s} \int \boldsymbol{i}_{s \text{ y act}} dt) = \boldsymbol{\psi}_{s x \text{ err}} + j \boldsymbol{\psi}_{s y \text{ err}} = (\boldsymbol{\psi}_{s \text{ d err}} + j \boldsymbol{\psi}_{s q \text{ err}}) e^{j \theta}.$$
(5.30)

Kuva 5.12 esittelee staattorikäämivuon ajautumista jännite-estimointivirheen tapauksessa. Jännitehäviöt on estimoitu suuremmiksi kuin ne todellisuudessa ovat. Sen seurauksena todellinen staattorikäämijännite on suurempi kuin estimaatti. Valittua jännitevektoria pidetään päällä kunnes staattorikäämivuoestimaatti ylittää hystereesirajansa. Tänä aikana todellinen käämivuo on ylittänyt reilusti hystereesirajansa ja säätö menee epästabiiliksi.



Kuva. 5.12 Staattorikäämivuon ajautuminen jännitehäviön virheellisen estimoinnin seurauksena.

Oletetaan, että staattorikäämivuo ajautuu origosta resistanssiestimaatin hetkellisen virheen seurauksena ajanhetkellä  $t_1$  kuvassa 5.12. Tämä virhe havaitaan moottorin virtavektorissa

$$\mathbf{i}_{s} = i_{sd} + ji_{sq} = \frac{1}{L_{sd}} \Big[ \psi_{sd} - L_{md} (i_{F} + i_{D}) \Big] + j \Big[ \frac{1}{L_{sq}} (\psi_{sq} - L_{mq} i_{Q}) \Big]$$

$$= \frac{1}{L_{sd}} \Big[ \psi_{sd est} + \psi_{sd err} - L_{md} (i_{f} + i_{D}) \Big] + j \Big[ \frac{1}{L_{sq}} (\psi_{sq est} + \psi_{sq err} - L_{mq} i_{Q}) \Big]$$

$$= \frac{1}{L_{sd}} \Big[ \psi_{sd est} - L_{md} (i_{F} + i_{D}) \Big] + \frac{\psi_{sd err}}{L_{sd}} + j \Big[ \frac{1}{L_{sq}} (\psi_{sq est} - L_{mq} i_{Q}) + \frac{\psi_{sq err}}{L_{sq}} \Big]$$

$$(5.31)$$

Staattorivirtavektori ajautuu odotetusti samaan suuntaan kuin käämivuovirhetermi  $\psi_{s err}$ . Yhden sähköjakson aikana kumuloituva virhe voidaan laskea olettamalla staattorivirtavektorin kulmanopeus vakioksi

$$\Delta \boldsymbol{\psi}_{s \, err} = \left( \Delta \boldsymbol{\psi}_{s \, err \, x} + j \Delta \boldsymbol{\psi}_{s \, err \, y} \right) e^{j \theta_{r}} = \Delta R_{s} 2 \pi \left( \Delta i_{sd} + j \Delta i_{sq} \right) e^{j \theta_{r}} .$$
(5.32)

Estimointivirheen aiheuttamille virtakomponenteille  $\Delta i_{sd}$  ja  $\Delta i_{sq}$  saadaan yhtälön (5.31) perusteella

$$\Delta i_{\rm sd} = \psi_{\rm s\ err\ d} / L_{\rm sd} \, ja \, \Delta i_{\rm sq} = \psi_{\rm s\ err\ q} \, / L_{\rm sq}. \tag{5.33}$$

Nyt voimme määrittää estimointivirhe-eron

$$\Delta \boldsymbol{\psi}_{s \, err} = \Delta \boldsymbol{\psi}_{sx \, err} + j \Delta \boldsymbol{\psi}_{sy \, err} = \Delta R_s \left( \frac{\boldsymbol{\psi}_{sd \, err}}{L_{sd}} \cdot 2\pi + j \frac{\boldsymbol{\psi}_{sq \, err}}{L_{sq}} \cdot 2\pi \right) e^{j\theta_r}$$
(5.34)

Havaitaan, että estimoitaessa  $R_{s est} > R_{s act}$  saadaan epästabiili ajautuminen käämivuon kasvaessa virheen suuntaan. Jos staattoriresistanssi estimoidaan pienemmäksi kuin todellinen resistanssi  $R_{s est} \le R_{s act}$  saadaan stabiili käyttäytyminen. Tämä on helppo ymmärtää myös energiaperiaatteen avulla – järjestelmä, jonka häviöt ovat suuremmat kuin säätäjä luulee, pyrkii olemaan stabiilimpi kuin päinvastainen järjestelmä. Kuva 5.13 esittelee tilannetta kun estimaatti on todellista suurempi  $R_{s est} > R_{s act}$  ja päinvastoin  $R_{s est} < R_{s act}$ .



Kuva 5.13 Estimoitu ja todellinen käämivuo arvioitaessa staattoriresistanssi väärin.

Kuva 5.14 esittää vielä tyypillistä staattorivirtojen vääristymää, joka syntyy käämivuon ajautumisen seurauksena.



Kuva 5.14 Staattorin vaihevirtojen vääristymä käämivuon epäkeskeisyyden vuoksi.

Edellä on osoitettu, että käytännössä suora käämivuonsäätö pelkästään ei ole kovin käyttökelpoinen menetelmä. Tarvitsemme käämivuosäädön lisäksi menetelmän, joka korjaa epäideaalisuuksista aiheutuvat epästabiiliusongelmat. Korjausmenetelmän tärkein tehtävä on estää käämivuota ajautumasta epäkeskeiseksi. Eräs luonnollinen ja hyvin tehokas menetelmä on käyttää moottorin parametreihin perustuvaa virtamallia apuna. Kun suoraa käämivuosäätöä täydennetään virtamallilla päästääkin suoran vääntömomenttisäädön (DTC) nimellä kulkevaan menetelmään.

### 5.4 Suora vääntömomentin säätö, DTC

Suoralla vääntömomentin säädöllä (DTC, Direct Torque Control) tarkoitetaan menetelmää, jossa edellä esitetyn suoran käämivuosäädön lisäksi on jokin **staattorikäämivuon integrointia stabi-loiva menetelmä**, jonka pääasiallisin tehtävä on pitää todellinen moottorin käämivuo origokeskeisenä. Seuraavassa käsitellään lyhyesti staattorikäämivuon virtamalli- ja keskipistekorjaus.

### 5.4.1 Virtamallikorjaus

Jännitemallia lasketaan DTC:ssä hyvin taajaan. Esimerkiksi ABB:n DTC-inverttereissä jännitemallin laskenta toistetaan 25 µs:n välein. Jännitemallin virheiden aiheuttama moottorin käämivuon ajautuminen epäorigokeskeiseksi kestää tyypillisesti kymmeniä millisekunteja. Jännitemallin laskeman käämivuon epäkeskeisyyttä on siis syytä korjata esimerkiksi millisekunnin välein.

Virtamallikorjauksessa jännitteestä integroitua staattorikäämivuota korjataan virhevektorin avulla. Virhevektori muodostetaan jännitteestä integroidun staattorikäämivuovektorin ja virtamallilla lasketun staattorikäämivuovektorin erotuksena

$$\Delta \boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}} = \boldsymbol{\psi}_{\mathrm{si}} - \boldsymbol{\psi}_{\mathrm{su}} \,. \tag{5.35}$$

Yhtälön (5.35) käämivuoeroa käytetään sopivasti painotettuna korjaamaan staattorikäämivuota esim. joka sadas mikrosekunti.

$$\psi_{\mathrm{su}(n+1)} = \psi_{\mathrm{su}(n)} + k_{\mathrm{cm}} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\omega\Delta t} \Delta \psi_{\mathrm{s}} \,. \tag{5.36}$$

 $k_{\rm cm}$  on virtamallin painokerroin. Korjausta on käännettävä sopivasti käämivuon etenemistä kuvaavalla sähköisestä kulmataajuudesta riippuvalla termillä  $e^{j\omega\Delta t}$ , koska korjaustermi on enimmillään lähes millisekunnin vanhaa tietoa. Kääntötermin aika  $\Delta t$  lasketaan virhetermin määrittämisajankohdasta eteenpäin. Virheen suuruus on selkeästi taajuusriippuvainen, joten tarvittaessa painokerrointa sopivasti muuttamalla voidaan virhevektorin määritelmäkin saada taajuusriippuvaiseksi. Käytännössä kuitenkin käytetään usein kiinteää painokerrointa.

DTC:n hyvyys perinteiseen virtavektorisäätöön verrattuna perustuu eritoten jännitemallin ja virtamallin hyvien puolien yhdistämiseen. Käytettäessä jännitemallille suurta painokerrointa nopeitten muutosilmiöitten aikana saadaan käytölle ylivoimaiset dynaamiset ominaisuudet. Virtamallilla on tapana epäonnistua juuri dynaamisissa tiloissa. DTC:ssä virtamallin antamia korjauksia painotetaan vain vähän nopean muutoksen yhteydessä, ja niinpä pääasiassa DFLC hoitaa muutostilat. Muutostilan tasaannuttua virtamallin painoarvo kasvaa DFLC:n ohjaaman moottorin staattorikäämivuon korjaamiseksi keskeiseksi.

Magneettisesti epäsymmetristen koneitten säädön yhteydessä virtamallikorjauksessa tarvitaan moottorin roottorin suoraa asentomittausta, jotta tarvittavat koordinaatistomuunnokset voidaan suorittaa. Tämä on selvä epäkohta, joka houkuttelee etsimään muita menetelmiä staattorikäämivuon stabilointiin. Oikosulkumoottorin virtamalli sen sijaan ei välttämättä tarvitse roottorin asentotietoa, joten DTC-käytöstä saadaan suorituskyvyltään hyvä ilman kulmatietoa. Seuraavassa esiteltävä keskipistekorjaus toimii ilman roottoriasennon takaisinkytkentätietoa.

### 5.4.2 Keskipistekorjaus

Staattorikäämivuon  $\psi_s$  mahdollinen epäkeskeisyys voidaan Niemelän ja Luukon väitöskirjojen perusteella kohtalaisilla taajuuksilla toimittaessa korjata myös staattorikäämivuoestimaatin  $\psi_{s,est}$  ja staattorivirran  $i_s$  pistetulon sekä staattorikäämivuoestimaatin staattorikoordinaatistossa esitettyjen x- ja y-akselin suuntaisten komponenttien,  $\psi_{s,x,est}$  ja  $\psi_{s,y,est}$ , avulla.

Muodostetaan staattorikäämivuoestimaatin  $\psi_{s,est}$  ja staattorivirran  $i_s$  pistetulo

$$\boldsymbol{\psi}_{s,est} \cdot \boldsymbol{i}_{s} = \boldsymbol{\psi}_{s,x,est} \boldsymbol{i}_{s,x} + \boldsymbol{\psi}_{s,y,est} \boldsymbol{i}_{s,y}.$$
(5.37)

Tämän jälkeen alipäästösuodatetaan pistetulo siten, että suodatusaikavakio on riittävästi sähköistä jaksonaikaa suurempi. Staattorikäämivuoestimaatin korjaustermit  $\psi_{s,x,corr}$ ,  $\psi_{s,y,corr}$  muodostetaan lasketun ja suodatetun pistetulon erotuksen sekä staattorikäämivuoestimaatin komponenttien avulla. Menetelmän periaate on esitetty kuvassa 5.15.



Kuva 5.15 Staattorikäämivuon keskipistekorjauksen korjaustermien muodostus.

Staattorikäämivuoestimaatin korjaustermit  $\psi_{s,x,corr}$ ,  $\psi_{s,y,corr}$  saadaan yhtälöistä

$$\psi_{s,x,corr} = K_{\psi corr} \left[ \psi_{s,est} \cdot i_s - \left( \psi_{s,est} \cdot i_s \right)_{filt} \right] \cdot \psi_{s,x,est}$$
(5.38)

ja

$$\psi_{s,y,corr} = K_{\psi corr} \left[ \psi_{s,est} \cdot \mathbf{i}_{s} - \left( \psi_{s,est} \cdot \mathbf{i}_{s} \right)_{\text{filt}} \right] \cdot \psi_{s,y,est} \,.$$
(5.39)

Menetelmä mahdollistaa suoran vääntösäädön täyden hyödyntämisen ilman roottorin asennon takaisinkytkentätietoa. Tätä korjausmenetelmää käytettäessä voidaan kiertokenttäkoneen säätö ensimmäistä kertaa laajalla pyörimisnopeusalueella toteuttaa vaikka moottoriparametreista saatava tieto olisi varsin puutteellista. Ainoastaan helposti mitattava staattoriresistanssin arvo tarvitaan välttämättä. Menetelmä mahdollistaa periaatteessa kaikkien kiertokenttäkoneitten ja verkkovaihtosuuntauksessa tehonsiirron sähköverkkoon suoralla vääntösäädöllä. Menetelmä on siis periaatteessa universaali. Pistetulon keskiarvon määrittämiseksi tarvittavan suodatusajan vuoksi aivan nollanopeudella menetelmää ei kuitenkaan voi soveltaa, joten virtamalliin perustuva korjausmenetelmää tarvitaan vaativissa käytöissä nollanopeuden ympäristössä.

Kuva 5.16 esittää, korjauksen käyttöönoton vaikutusta koelaitteistossa toimittaessa 1 Hz:n syöttötaajuudella.



Kuva 5.16 Keskipistekorjaus palauttaa tehokkaasti käämivuon keskeiseksi (Niemelä)

Keskipistekorjaus voi toimia siis hyvin tehokkaasti jo yhden hertsin syöttötaajuudellakin toimittaessa.

# 6. KIERTOKENTTÄMOOTTORIEN OHJAAMISEEN SOVELTUVAT

TEHOEL	EKTRONISET KYTKENNÄT	1
6.1	Syklokonvertteri	1
6.2	LCI-käyttö	9
6.3	Jännitevälipiiripääteasteet	. 10
6.3.1	Jännitevektorien muodostuminen invertterin ja käämityksen yhteisvaikutuksesta	. 18
6.3.2	Avaruusvektorimodulointi	. 22
6.3.3	Jännitevälipiirin kapasitanssin mitoitus	. 28
6.4	Matriisikonvertteri	. 29
6.5	Taajuudenmuuttajan rakenne ja liitännät	. 34

# 6. KIERTOKENTTÄMOOTTORIEN OHJAAMISEEN SOVELTUVAT TEHO-ELEKTRONISET KYTKENNÄT

Periaatteessa moottorien ohjaamiseen voidaan käyttää joko ns. suoria muuttajia tai välipiirimuuttajia. Suoran muuttajan tapauksessa vaihtosähköstä muodostetaan suoraan uutta vaihtosähköä. Välipiirimuuttajien tapauksessa vaihtojännitelähteestä tuotetaan joko tasavirtaa ns. virtavälipiirimuuttajien tapauksessa tai tasajännitettä ns. jännitevälipiirimuuttajien tapauksessa.

Taajuudenmuuttajien varhaishistoriassa virtavälipiiritaajuudenmuuttajat olivat melko suosittuja, mutta niiden kaupallinen merkitys on pienentynyt jatkuvasti. Nykyisin yleisillä markkinoilla olevat taajuudenmuuttajat edustavat poikkeuksetta jännitevälipiirimuuttajia.

Välipiirimuuttajien epäkohtana voidaan pitää virtainvertterin tapauksessa suurehkoa energiavarastona toimivaa kelaa tai jännitevälipiiri-invertterin tapauksessa suurehkoa tasajännitekondensaattoria. Tasajännitekondensaattorin kapasitanssia ja siten kokoa on pyritty pienentämään viime aikoina lähinnä kustannussyistä. Pienennettäessä kapasitanssia aivan minimiin alkaa jännitevälipiirimuuttaja muistuttaa suoraa muuttajaa. Sen ohjaustekniikassa on silloin suuri huomio suunnattava välipiirin jännitteen tarkkailuun. Suurta kapasitanssia käytettäessä välipiirin jännitettä voidaan pitää lähes vakiona, kun taas kapasitanssi minimoinnin myös välipiirin jännite käyttäytyy hyvin levottomasti.

Suorissa muuttajissa vältetään välipiiri ja sen vaatimat komponentit, mutta usein menetetään vastaavasti jotain muuta. Tyristoreja soveltava syklokonvertteri oli aiemmin varsin suosittu suurten, hitaitten moottorikäyttöjen taajuudenmuuttaja, mutta sekin on menettänyt asemiaan suurjännitteisille jännitevälipiiritaajuudenmuuttajille.

Virtavälipiirimuuttajista ns. LCI-muuttaja (Load Commutated Inverter) on säilyttänyt jossain määrin asemiaan suurten, nopeakäyntisten tahtikonekäyttöjen taajuudenmuuttajana.

Matriisikonvertteri edustaa erästä tutkimussuuntausta, jossa välipiiri pyritään välttämään pienissä käytöissä kokonaan. Ongelmana on kaksisuuntaisten kytkimien tarve. Matriisikonvertterissa jokainen tulovaihe pystytään kytkemään jokaiseen lähtövaiheeseen, jolloin lähtöön voidaan periaatteessa aina valita haluttu tulojännite. Kuva 6.1 edustaa näiden eri taajuudenmuuttajatyyppien perusratkaisuja.

# 6.1 Syklokonvertteri

Syklokonvertteri on ns. suora taajuudenmuuttaja, jolla muutetaan syöttöverkon kiinteätaajuinen ja jännitteinen vaihtosähkö suoraan ilman tasasähkövälipiiriä muuttuvataajuiseksi ja -jännitteiseksi vaihtosähköksi muuttajan lähtöpuolelle, kuten kuvassa 6.2 on esitetty. Kuva 6.2 havainnollistaa vastaavasti tasasähkövälipiirillisen taajuusmuuttajan periaatetta.



Kuva 6.1 Taajuudenmuuttajien peruskytkentöjä. Kukin muuttajatyyppi tuottaa kuvan mukaisesti tulevasta kolmivaiheisesta järjestelmästä lähtevän kolmivaiheisen järjestelmän. Vaiheluvut voivat tietysti olla muitakin kuin kuvan tapauksessa esitettyjä. Esimerkiksi pieneten jännitevälipiirimuuttajien tulo on usein yksivaiheinen.



Kuva 6.2 Syklokonvertterin periaatekytkentä: suora muunnos vaihtosähköstä vaihtosähköksi.  $f_1$  on syöttöverkon taajuus ja  $u_1$  jännite.  $f_2$  on syklokonvertterin lähtötaajuus ja  $u_2$  lähtöjännite.

Syklokonvertterin rakenteen yhteyttä muihin suuntaajiin ja toimintaideaa voidaan tarkastella kuvan 6.3 a) kuusipulssityristorisillan avulla. Sitä voidaan pitää syklokonvertterin perusrakenneosana. Kuusipulssityristorisiltaa käytetään verkkokommutoituna joko tasa- tai vaihtosuuntaukseen, koska sillalla saadaan syntymään keskiarvoltaan joko positiivinen tai negatiivinen tasajännite  $U_{\rm DC}$ . Sillan virta  $I_{\rm DC}$  voi kulkea vain yhteen – tyristorien määräämään – suuntaan. Näin ollen silta voi toimia virta-jännite-tason kahdessa kvadrantissa, kuten kuvassa 6.3 b) on esitetty.



Kuva 6.3 a) Kuusipulssityristorisilta.  $I_{DC}$  on sillan antama tasavirta,  $U_{DC}$  on sillan antama tasajännite. b) Virta-jännitetaso ja ne kvadrantit, joissa kuusipulssityristorisilta toimii.

Jos liitetään mukaan toinen silta vastarinnankytkentään kuvan 6.4 mukaisesti, saadaan virralle  $I_{DC}$  myös toinen – kuvan virtaan nähden negatiivinen – kulkusuunta sekä jännitteen  $U_{DC}$  molemmat napaisuudet virran ollessa tähän suuntaan.



Kuva 6.4 Vastarinnankytketyt tyristorisillat tasavirtakoneen syötössä.  $I_{DC}$  on vastarinnankytkennän antama tasavirta,  $U_{DC}$  on sen antama tasajännite.

Näin on saatu suuntaaja, joka voi toimia virta-jännite-tason neljässä kvadrantissa, kuten kuvassa 6.5 a) esitetään. Kuvassa 6.5 b) esitetään vastarinnankytkettyjen kuusipulssisten tyristorisiltojen lohkokaaviosymboli. Käytettäessä vastarinnankytkentää virran ja jännitteen suunta ja suuruus voivat muuttua vapaasti toisistaan riippumattomina. Koska teho on virran ja jännitteen tulo, senkin suunta voi vaihtua vapaasti. Kytkennällä saadaan siten syötetyksi tehoa kuormaan, tai toisaalta aktiivinen kuorma voi syöttää suuntaajan kautta tehoa verkkoon. Tätä kytkentää käytetään tasavirtakäytöissä toteuttamaan tasavirtakoneen nelikvadranttikäyttö.



Kuva 6.5 a) Virta-jännite-tason kvadrantit, joissa vastarinnan kytketyt kuusipulssisillat toimivat. b) Vastarinnankytketyn suuntaajan lohkokaaviosymboli.

6.3

Tasavirtakäytöissä lähtöjännite ohjataan keskiarvoltaan tasajännitteeksi. Kuitenkaan mikään ei estä ohjaamasta lähtöjännitettä myös vaihtojännitteeksi. Kytkennästä saadaan näin vaihtojännitelähde, jossa virran ja jännitteen suunnat voivat asettua vapaasti toisiinsa nähden kuten kuvasta 6.6 nähdään. Virran ja jännitteen välinen vaihekulma määräytyy kuorman impedanssin mukaan. Myös pätö- ja loistehon virtaussuunta pääsee asettumaan kuormituksen mukaisesti, eli käyttö toimii täysin neljässä kvadrantissa myös vaihtovirralla.

Lähtöjännitteen taajuutta ja amplitudia muutellaan muuttamalla jänniteohjeen taajuutta ja amplitudia. Nämä ominaisuudet tekevät kytkennästä taajuudenmuuttajan, jossa muunnos tapahtuu ilman välillä olevaa tasasähköpiiriä suoraan vaihtosähköstä vaihtosähköksi. Kytkentää kutsutaan yksivaiheiseksi syklokonvertteriksi tai suoraksi taajuusmuuttajaksi. Kytkentä toimii kiertovirrattomana, jos vain toinen vastarinnankytkennän kuusipulssisilloista toimii kerrallaan ja toinen ei saa tänä aikana ohjauspulsseja. Sillanvaihtojen välillä on oltava pieni virraton hetki, ennen kuin virta siirtyy sillalta toiselle. Jos molemmat sillat saavat ohjauspulsseja, niin toinen silta pidetään tasasuuntaustilassa ja toinen vastaavasti vaihtosuuntaustilassa. Suuntaajakytkennässä kulkee kuitenkin niin sanottu kiertovirta, koska vastarinnankytkennän eri siltojen lähtöjännitteiden hetkellisarvot eivät ole tarkalleen yhtäsuuria, vaikka eri siltojen lähtöjännitteiden hetkelliset keskiarvot pyritäänkin pitämään samoina. Nyt sillanvaihtojen välillä ei tarvita pientä taukoa, vaan virta voi muuttaa suuntansa välittömästi. Kiertovirtaa joudutaan kuitenkin rajoittamaan kuristimella, jottei virta kasvaisi liian suureksi. Yleensä valmistetaan kiertovirrattomia syklokonverttereita.



Kuva 6.6 Jännitteen U ja virran I välinen vaihe-ero syötettäessä reaktiivista kuormaa. Tämä edellyttää syötöltä nelikvadranttikäyttöä, eli virran ja jännitteen suunnat toisiinsa nähden voivat asettua vapaasti, jolloin myös tehon P virtaussuunta on vapaa.

Kolmivaiheinen taajuudenmuuttaja saadaan käyttämällä kolmea tällaista suuntaajaa - yhtä kutakin vaihetta kohden. Vaihekohtaiset suuntaajat kytketään yleensä tähteen, tai niillä voidaan syöttää kuorman vaiheita erikseen. Tähtikytkentä ja erillisvaihekytkentä on esitetty kuvassa 6.7. Vaihekohtaisia suuntaajia syötetään yleensä muuntajien kautta kuten kuvassa 6.8. Muuntajia tai toisistaan erotettuja vaihekäämejä on käytettävä, sillä tähtipisteen muodostaminen liittämällä yhteen syklokonverttereiden negatiiviset kiskot, merkitsisi vaiheiden välistä oikosulkua aina, kun eri syklokonverttereissa olisi verkon eri vaihe kytkettynä negatiiviseen kiskoon. Kun käytetään muuntajia, tätä ongelmaa ei ole, koska muuntajat muodostavat galvaanisen erotuksen verkon eri vaiheiden välille. Muuntajista tietysti aiheutuu valitettava lisäkustannus, ylimääräinen tilantarve ja paino. Muuntajakytkentäinen syklokonvertteri näyttää kuitenkin olevan erilliskäämittyä konetta suositumpi.

Käytettäessä erillisiä vaihekäämejä, vaatii käyttö yleensä erillisen nollavirtakuristimen, jonka kautta kaikki koneen vaihevirrat kuljetetaan. Kuristimessa pyritään säilyttämään nollakäämivuo, mikä

pyrkii samalla takaamaan vaihevirtojen hetkellisen nollasumman, mikä on kiertokenttäkoneitten toiminnan kannalta tärkeää.



Kuva 6.7 3-vaiheinen syklokonvertteri: a) vaiheet kytketty tähteen, b) vaiheet erillisinä eli ne ovat galvaanisesti erossa toisistaan. Käyttö on kuitenkin varustettu nollavirtakuristimella.

Tavallisen kolmivaiheisen syklokonvertterin komponenttikytkentä esitetään kuvassa 5.8.



Kuva 6.8 Syklokonvertteri, jonka kussakin vaiheessa on vastarinnan kytketyt tyristorisillat. Galvaaninen erotus vaiheiden välille saadaan aikaan verkkomuuntajien avulla.  $u_{sa}$ ,  $u_{sb}$  ja  $u_{sc}$  ovat vaihejännitteet.

Kunkin vaiheen lähtöjännitteen käyrämuoto kootaan syöttöjännitteen eri pääjännitteiden jaksoista, kuten simulointeihin perustuvissa kuvissa 6.9 ja 6.10 esitetään. Kuvissa syöttöverkon taajuus on 50 Hz. Kuvassa 6.9 käytetään siniohjausta, eli syklokonvertterin lähtöjännitteen hetkellisen keskiarvon halutaan muuttuvan keskimäärin sinimuotoisena. Sinimodulointia varten on helppo todeta ohjausperiaate.

$$U_{d0}\cos\alpha = \hat{u}_{v}\cos\omega_{2}t.$$
(6.1)

Tässä  $U_{d0}$  on ohjauskulmaa  $\alpha = 0$  vastaava kuusipulssisillan DC-jännite. Ohjauskulmaa  $\alpha$  säätämällä saadaan vasemmanpuolen "hetkellinen" tasajännite oikeanpuolen hitaan vaihtojännitteen suuruiseksi. Modulointiohjeeksi saadaan siis



Kuva 6.9 Syklokonvertterin lähtöjännitteen  $u_2$  ja -virran  $i_2$  käyrämuodot, kun käytetään siniohjausta. Lisäksi esitetään syöttöverkon yhden pääjännitteen  $u_1$  käyrämuoto, kun syöttötaajuus  $f_1 = 50$  Hz ja lähtötaajuus  $f_2 = 8$  Hz.

Toinen ohjaustapa on trapetsiohjaus. Siinä lähtöjännitteen hetkellisen keskiarvon halutaan muuttuvan trapetsikäyrän mukaisesti, kuva 6.10.



Kuva 6.10 Syklokonvertterin vaihejännitteen  $u_2$  käyrämuoto, kun käytetään trapetsiohjausta, sekä syöttöverkon pääjännitteen  $u_1$  käyrämuoto, kun syöttötaajuus  $f_1 = 50$  Hz ja lähtötaajuus  $f_2 = 24$  Hz.

Syklokonvertterin lähtöjännitteen taajuus rajoittuu käytännössä enintään puoleen syöttöverkon taajuudesta, sillä sitä suuremmilla taajuuksilla virta poikkeaa yhä enemmän sinimuodosta. Sekä syklokonvertterin lähtöjännitteessä että tulovirrassa esiintyy myös aliharmonisia taajuuskomponentteja tavanomaisten yliaaltojen lisäksi. Lähtöjännitteen halutaan siis olevan keskimäärin sini- tai trapetsimuotoinen. Trapetsijännitteellä saadaan ohjausloisteho pienemmäksi kuin siniohjauksella, koska tyristorit johtavat silloin pidempään jännitteen huipun kohdalla. Ohjausloistehon vuoksi syklokonvertterin tehokerroin on aina induktiivinen riippumatta kuorman tehokertoimesta. Koko syklokonvertterikäytön tehokerroin siniohjauksella on 0.707, kun käytetään modulointi-indeksiä 1.0. Lähtöjännitteen alentuessa ja modulointi-indeksin pienetessä tehokerroin

laskee nopeasti. Nämä arvot pätevät yksi- ja kolmivaiheiselle tapaukselle 6- ja 12-pulssisella syklokonvertterilla sekä myös 6-pulssisella syklokonvertterilla erilliskäämitapauksessa. Koneena on käytetty tällöin tahtikonetta, ja sen tehokerroin on ohjattu ykköseksi. Käytettäessä täyttä trapetsiohjausta saadaan käytön tehokerroin suuremmaksi kuin 0.707.

Peruskytkentänä käytetään 6-pulssisella syklokonvertterilla syötettyä 3-vaiheista tahtikonetta, kuva 6.11. Kun halutaan kasvattaa tehoa, on suurennettava joko jännitettä tai virtaa. Koska tyristorien jännite- ja virtakestoisuudet ovat kuitenkin rajalliset, tehon nosto edellyttäisi joko tyristorien sarjaan- tai rinnankytkentöjä.

Sarjaan kytkettäessä jännitteiden jakaantuminen tasan eri tyristorien yli on ongelmallista, ja rinnankytkennässä tasainen virranjako tyristorien kesken on myös epävarmaa. Tämän vuoksi on kehitetty lisää erilaisia syklokonvertterikytkentöjä.



Kuva 6.11 Kolmivaihemoottori syötettynä 6-pulssisella syklokonvertterilla

Kytkemällä sarjaan kaksi syklokonvertteria saadaan lähes kaksinkertainen yhteisjännite. Koska koneen samaan vaiheeseen sarjaankytkettyjä syklokonverttereita syötetään kolmikäämimuuntajan eri toisioista, jännitteet jakaantuvat tasan syklokonverttereiden kesken. Lisäksi kolmikäämimuuntajan toisioiden kytkentäryhmäero aiheuttaa jännitteiden välille vaihe-eron, jolloin syklokonverttereiden sarjakytkennästä tulee 12-pulssinen. Tämä merkitsee entistä parempaa sekä lähtöjännitteen että syöttöverkon vaihevirran käyrämuotoa, sillä molemmissa on tällöin vähemmän yliaaltoja. 12pulssisuus parantaa myös virtasäädön toimintaa 6-pulssisuuteen nähden, koska 12-pulssisella kytkennällä jännitteen ohjausmahdollisuuksia on kaksi kertaa niin usein kuin 6-pulssisella kytkennällä, kuva 6.12.

Tehoa voidaan kasvattaa rakentamalla koneen käämitys kahdesta rinnakkaisesta käämityksestä, joita kumpaakin syötetään omalla 6-pulssisella syklokonvertterilla. Koneeseen menevää virtaa suurennetaan tekemällä koneeseen kaksi erillistä staattorikäämitystä, joihin syötetään virtaa omilla syklokonverttereillaan toisistaan riippumattomina. Kytkentää sanotaan kaksoistähdeksi. Syklokonverttereiden suoraa rinnankytkentää yhden staattorikäämityksen syöttöön ei käytetä. Kuvassa 6.13 on esitetty vastaava syklokonvertterikytkentä.

Syklokonvertterin lähtötaajuus on varsin matala, sillä se on enintään puolet syöttävän verkon taajuudesta. Koska tahtikoneen pyörimisnopeus on suoraan verrannollinen syöttötaajuuteen, jää pyörimisnopeus syklokonvertterilla syötetyissä käytöissä pieneksi. Tehoalue on yleensä 1,5...30 MW. Käyttömoottorina käytetään sekä tahti- että epätahtikonetta. Tahtikonetta käytettäessä saadaan kokonaisuuden tehokerroin paremmaksi, koska koneen tehokerroin voidaan säätää ykköseksi.

Syklokonvertterin käyttökohteita ovat hitaasti pyörivät suuritehoiset käytöt. Sellaisia ovat esimerkiksi laivojen potkurimoottorikäytöt jäänmurtajissa, monitoimialuksissa ja loistoristeilijöissä. Teollisuudessa syklokonverttereita käytetään malmi- ja sementtimyllyjen, pumppujen, puhaltimien tai kaivoshissien sekä –nostureiden pyörimisnopeuden ohjauksessa sekä metalliteollisuuden valssainkäytöissä.



Kuva 6.13 2 × 3-vaihemoottori syötettynä 6-pulssisella syklokonvertterilla

Syklokäyttö ja myöhemmin esiteltävä jännitevälipiirikäyttö tarjoavat hyvät mahdollisuudet tarkkaan moottorinohjaukseen. Kummankin avulla voidaan toteuttaa ns. vektorisäätö. Jännitevälipiiritaajuudenmuuttajan ominaisuudet ovat kuitenkin selvästi syklokäyttöä monipuolisemmat.

6.2 LCI-käyttö

Yksinkertaisin pääteaste tehoelektroniikaltaan on ns. kuormakommutoitu käyttö LCI-käyttö (Load Commutated Inverter). LCI-käyttö perustuu täysin tyristorisiltatekniikkaan, mutta siten, että kuusipulssisiltaa käytetään vaihtosuuntaajana, kuten verkkovaihtosuuntauskäytössä. Tässä tapauksessa tahtikone muodostaa "sähköverkon", joka pystyy tuottamaan kommutointiloistehon vaihtosuuntaajan toimivalle tyristorisillalle. Kuva 6.14 esittää tällaista käyttöä. Siltakytkentään kuuluva suuri induktanssi *L*<sub>d</sub> on mitoitettava niin järeäksi, että se vaikuttaa koneen kannalta virtalähteeltä. Kela pitää huolen tasavirran suuruudesta ja invertterinä toimiva silta ohjaa tämän tasavirran ylimagnetoidulle tahtikoneelle, joka pystyy siten huolehtimaan sillan tarvitsemasta kommutointitehosta. LCI-käyttö on siten virtavälipiirikäyttö, jossa koneen napajännite määräytyy epäsuorasti. Verkkosiltaa ohjaamalla säädetään välipiirin virtaa.



Kuva 6.14 Tahtimoottorin kuormakommutoitu käyttö. Moottori käy ylimagnetoituna ja tuottaa moottorisillalle tarvittavan kommutointiloistehon. Moottori muodostaa vaihtosuuntaustyristorisillan kannalta oman "sähköverkon", josta kommutointiloisteho on saatavissa.

Kuormakommutoitu käyttö on hieman hankala käynnistää, sillä pyörimätön tahtikone ei tietenkään tuota sähkömotorista voimaa eikä siten kykene tuottamaan tarvittavaa kommutointiloistehoa. Käynnistys suoritetaankin ohjaamalla syöttöverkonpuoleista siltaa sopivasti niin, että välipiirin tasavirta  $I_d$  aina sopivasti katkeaa, jolloin invertterisillan tyristorit saadaan sammumaan luonnollisesti. Kun kone on saatu pyörimään riittävällä nopeudella (10 % nimellisestä), voidaan välipiirin virta pitää jatkuvana ja invertterisilta kommutoi ylimagnetoidun tahtikoneen avustamana. Kuva 6.15 esittelee kuormakommutoidun käytön periaatteellisia virta- ja jännitekäyrämuotoja.



Kuva 6.15. LCI-käytön idealisoidut käyrämuodot.

LCI-käyttö soveltuu em. ominaisuuksiensa johdosta yleensä dynamiikaltaan vaatimattomiin käyttöihin kuten pumppu- ja puhallinkäyttöihin, mutta myös valssikäyttöjä on rakennettu tällä tekniikalla. Saatujen tietojen mukaan ABB on vuonna 1998 toimittanut NASAlle 101 MW:n tehoisen LCI-käytön tuulitunnelilaitteistoa varten. Tämä olisi siten maailman suurin moottorikäyttö. LCI-käyttö soveltuu sellaisenaan myös generaattorikäytöksi. Tällöin moottorisilta toimii tasasuuntaajana ja verkkosilta vaihtosuuntaajana.

## 6.3 Jännitevälipiiripääteasteet

Jännitevälipiirikäytöt ovat nykyisin kaupallisesti merkittävimmät. Näitä esiintyy pääasiassa kahta päätyyppiä, ns. kaksitaso- ja kolmitasolaitteita. Kolmitasotekniikalla saavutetaan nykyisin niin suuri tehotaso, että esim. syklokonvertteri ja LCI-tekniikka ovat jäämässä vähitellen pois markkinoilta. Tosin syklokonvertteri on välipiirittömänä käytännössä ainakin vielä kooltaan jännitevälipiiritaajuudenmuuttajia kompaktimpi, joten sitä käytetään mielellään tilavuuden kannalta kriittisissä tiloissa, kuten laivoissa. Kaksitasojännitevälipiiritekniikkaa sovelletaan yleisesti noin sadan watin tehosta yli viiden megawatin teholle teollisuus- ja marinekäytöissä (esim: ABB 0.12 ... 5600 kW).

Jännitevälipiiritaajuudenmuuttajia sovelletaan kaikentyyppisten kertokenttäkoneiden säätöön. Kolmitasoisella IGCT- tai GTO-tyristoritekniikalla päästään keskijännitealueelle ja noin 30 MW:n tehoon. Kuva 6.16 esittelee kolmi- ja kaksitasoinvertterien peruskytkennät.



Kuva 6.16 Kaksi- ja kolmitasojännitevälipiiritaajuudenmuuttajan vaihtosuuntausosien periaatekytkennät sekä kaksitasoisen taajuudenmuuttajan tavanomaisin kytkentä, jossa on verkkoliittimet, diodisilta tasasuuntaukseen tasajännitevälipiiri, IGBT-invertteri ja moottoriliitännät. Yksi yläkuvan symbolinen kytkin sisältää alakuvassa IGB-transistorin ja vastarinnankytketyn diodin.

Kaksitasoinen jännitevälipiiritaajuudenmuuttaja tuottaa pulssinleveysmodulaatiota hyväksikäyttäen kolmivaiheisen lähtöjännitteen kuvan 6.17 mukaisesti. Kuva esittelee ns. sini-kolmio-

vertailuperiaatteen käyttöä lähtöjännitteen muodostamiseksi. Kutakin vaihetta varten kuvassa on ohjearvokäyrä sekä kaikkia vaiheita varten kolmioaalto, johon ohjearvokäyrät on tässä tapauksessa synkronoitu. Tämä modulontimenetelmä oli yleisesti käytössä analogiatekniikan aikana. Sittemmin siitä on esitelty myös digitaalisia versioita, mutta moduloinnin ymmärtäminen on helpointa, kun tarkastellaan analogisia käyriä.



Kuva 6.17 Sinikolmiovertailuun perustuva modulaatioperiaate, sen tuottamat jännitteet ja pääjännitteen  $U_{LL}$  harmonissisältö. Amplitudin modulaatioaste on 0.8 ja taajuuden modulaatioaste 15. Pääjännitteeseen saadaan harmonissisältöä perusaallon lisäksi kytkentätaajuuden ja sen monikertojen läheisyyteen. (Mohan, Undeland, Robbins)

Komparaattorin tehtävänä on muodostaa kytkinohjeet kaksitasoinvertterin vaihtokytkimille niin, että lähtö kytketään joko välipiirin yläjännitteeseen  $U_{DC}$  tai negatiiviseen kiskoon N. Modulaatiotavan yhteydessä määritetään ns. taajuuden modulaatioaste kytkentätaajuuden ja perustaajuuden suhteena

$$m_f = \frac{f_{\rm sw}}{f_1} \,. \tag{6.3}$$

Jos  $m_f < 21$  suositellaan ns. synkronista modulaatiota aliharmonisten komponenttien välttämiseksi. Synkronisessa modulaatiossa kolmioaallon taajuus muuttuu ohjearvon mukana ja on sen kolmella jaollinen monikerta. Lisäksi synkronisessa PWM:ssä vaaditaan, että käyrien yhteisissä nollakohdissa on derivaattojen oltava erimerkkisiä. Kytkentätaajuus määräytyy kolmioaallon taajuudesta, joten se vaihtelee jatkuvasti taajuuden muuttuessa. Käytettäessä pieniä kytkentätaajuuksia on taajuuden modulointiastetta ollut tapana laskea taajuuden kasvaessa parhaan kokonaistuloksen saavuttamiseksi.

Nykyisin taajuudenmuuttajien kytkentätaajuudet ovat usein niin korkeita, että synkronista modulointia ei tarvita, vaan kytkentätaajuus voidaan pitää vakiona. Tällöin taajuuden modulointiaste ei ole enää kokonaisluku. Lisäksi se muuttuu koko ajan lähtötaajuuden kasvaessa.

Taajuuden modulaatioasteen lisäksi määritellään sini-kolmiovertailussa ns. amplitudin modulaatioaste

$$m_{\rm a} = \frac{\hat{u}_{\rm ohje}}{\hat{u}_{\rm kolmio}}.$$
(6.4)

Lineaarisella modulaatioalueella modulointi-indeksi  $m_a \le 1$ . Huippuarvo vaiheen ja miinuskiskon väliselle jännitteen perusarvolle määräytyy seuraavasti

$$\hat{u}_{A,N,1} = m_a \frac{U_{DC}}{2}$$
 (6.5)

Tästä saadaan pääjännitteen tehollisarvoksi

$$U_{\rm LL,\,inv} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} m_{\rm a} U_{\rm DC} \approx 0.612 m_{\rm a} U_{\rm DC} \,. \tag{6.7}$$

Jos tasajännitevälipiiriä syöttää diodisilta, saadaan välipiirin jännitteen keskiarvoksi

$$U_{\rm DC} = \frac{1}{\frac{\pi}{3}} \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{2} U_{\rm LL} \cos \omega t d(\omega t) = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} U_{\rm LL} \approx 1.35 m_{\rm a} U_{\rm LL} \,. \tag{6.8}$$

Maksimijännite sinikolmiovertailuun perustuvassa lineaarisessa modulaatiossa on siis

$$U_{\rm LL \ inv} \approx 1.35 \times 0.612 U_{\rm LL} = 0.83 U_{\rm LL}. \tag{6.9}$$

400 V:n verkossa käyvässä taajuudenmuuttajassa lähtöjännite on tässä vaiheessa 330 V. Jotta sinikolmiomodulaatiossa saavutettaisiin verkon jännitettä vastaava jännite, on mentävä ns. ylimodulaatioon, jolloin  $m_a > 1$ . Ylimodulaatiossa vaihejännitteen muodostavan palkin keskialueelle syntyy yhtenäinen palkki, mistä seuraa suurehko määrä matalataajuisia parittomia harmonisia lähtöjännitteeseen. Kuva 6.18 esittää ylimodulaatiotilannetta.

Sini-kolmiovertailuun perustuva modulaattori tuottaa lähtöjännitteeksi suoraan amplitudin modulointiasteeseen verrannollisen lähtöjännitteen niin kauan kuin  $m_a$  on pienempi tai yhtä kuin yksi. Invertterisillan lähtöjännite on kuitenkin tällöin vielä pieni verkkojännitteeseen nähden, ja ylimodulaatiota on käytettävä, jotta esimerkiksi neljänsadan voltin verkkoon kytketty taajuudenmuuttaja voisi tuottaa neljänsadan voltin lähtöjännitteen. Käytettäessä riittävän suurta ylimodulaatiota kaksitasoinvertteri tuottaa lähtöönsä moduloimatonta kanttiaaltoa, jonka perusaalto ylittää jo syöttöjännitteen tason.



Kuva 6.18 Kaksitasoinvertterin ylimodulaatio kahdessa ylimodulaatiotapauksessa käytettäessä sini-kolmiovertailua. Täydellä kanttiaallolla vaihejännitteen huippuarvo on  $2/\pi \times U_{DC}$ . Täysi kanttiaalto toteutuu amplitudin modulointiasteella  $m_a = 3.24$ , kun taajuuden modulointiaste on  $m_f = 15$ 

Kuvan 6.18 täyden kanttiaallon tapauksessa saadaan Fourier-analyysillä vaihejännitteen perusaallon maksimiarvoksi  $2/\pi \times U_{DC}$ . Tästä seuraa, että pääjännitteen tehollisarvon maksimiarvo on

$$U_{\rm LL} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{U_{\rm DC}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} U_{\rm DC} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \frac{\sqrt{6}}{\pi} U_{\rm LL} \approx 0.78 U_{\rm DC} \approx 1.053 U_{\rm LL} \,. \tag{6.10}$$

Tämä kanttijännite sisältää harmonisia, joiden järjestysluku on

$$v = 6n \pm 1, \ n = 1, 2, 3, \dots$$
 (6.11)

Harmonisten amplitudit ovat suuruudeltaan kääntäen verrannollisia harmonisen järjestyslukuun

$$U_{\rm LL,\nu} = \frac{0.78}{\nu} U_{\rm DC} \,. \tag{6.12}$$

Tarkastellaan vielä, miltä tähteen kytketyn moottorin vaihejännite näyttää näissä käytöissä. Kuvan 6.16 mukaisesti voidaan kirjoittaa vaihejännitteille

$$u_{A,n} = u_{A,N} - u_{n,N}, u_{B,n} = u_{B,N} - u_{n,N}, u_{C,n} = u_{C,N} - u_{n,N}.$$
(6.13)

Kolmivaihejärjestelmässä pätee

$$u_{\rm A,n} + u_{\rm B,n} + u_{\rm C,n} = 0.$$
(6.14)

(6.13):sta saadaan

6.13

$$u_{n,N} = u_{A,n} - u_{A,N}$$

$$u_{n,N} = u_{B,n} - u_{B,N}$$

$$u_{n,N} = u_{C,n} - u_{C,N}$$
(6.15)

Sijoitetaan (6.14) (6.15):n ylimmäiseen lausekkeeseen ja käytetään sitten kahta alempaa lauseketta

$$u_{n,N} = u_{A,n} - u_{A,N} = -u_{B,n} - u_{C,n} - u_{A,n} = -u_{A,n} - u_{B,n} - u_{n,N} - u_{C,n} - u_{n,N}$$
  
$$\Rightarrow u_{n,N} = -\frac{1}{3} (u_{A,n} + u_{B,n} + u_{C,n})$$
(6.16)

Käytetään (6.16):n tietoa (6.13):ssa ja saadaan

$$u_{\rm A,n} = \frac{2}{3} u_{\rm A,n} - \frac{1}{3} \left( u_{\rm B,N} + u_{\rm C,N} \right). \tag{6.17}$$

Vastaavat yhtälöt syntyvät myös B- ja C-vaiheiden jännitteille. Kuva 6.19 esittää kahta eri tapausta tähteen kytketyn moottorin vaihejännitteen käyrämuodoille. Alempi kuva esittää kanttiaaltomodulaatiota yhtälön (6.12 mukaisesti)



Kuva 6.19 Modulaation tuottamia jännitteen käyrämuotoja kaksitaso-PWM-taajuudenmuuttajassa. Oikealla lähtöjännitteen perusaallon tehollisarvon suhde välipiirin jännitteeseen modulaatioindeksin funktiona.

Ylimoduloinnin seurauksena saadaan taajuudenmuuttajan lähtöön puhdas kanttiaalto, jonka perusaallon tehollisarvo on  $0.78 \times 1.35 U_{LL} = 1.053 U_{LL}$ . 400 V:n verkossa on kanttiaallon tuottaman perusaallon tehollisarvo  $U_{LL} = 421$  V. Vastaavasti vaihejännite saa arvon 243 V. Erilaiset jännitehäviöt tietysti pienentävät lähdön suuruutta.

Koska sini-kolmiovertailussa lineaarinen alue päättyy jo 330 V:n kohdalla, on järjestelmästä kehitetty erilaisia muunnoksia, jotta vältettäisiin suuri matalataajuisten harmonisten määrä ylimodulaatiossa. Lisäämällä ohjearvokäyriin merkittävä määrä kolmatta aaltoa, on mahdollista ikään kuin laajentaa lineaarisen modulaation aluetta lähelle kanttiaaltomodulaatiota. Kuva 6.20 esittää kolmannella aallolla modifioitua sinikolmiovertailua. Kolmatta aaltoa voidaan haitatta käyttää symmetristen kolmivaihejärjestelmien syötössä, sillä kolmannet aallot ovat samanvaiheisia eivätkä siten pysty synnyttämään moottorikäämityksiin virtoja, kun moottorin tähtipiste on avoin.

Kun jännitteen käyrämuodossa sini-kolmiovertailuun perustuvan järjestelmän ylimodulaatiossa aiheutuva pitkä yhtenäinen jännitepalkki nyt vältetään, vältetään samalla matalataajuiset, moottorin toiminnan kannalta haitalliset harmoniset. Samalla saadaan mahdollisuus saavuttaa noin 400 V:n lähtöjännite.



Kuva 6.20 Sinikolmiovertailuun perustuva modulaatio, jossa ohjearvoaaltoon on lisätty kolmatta harmonista. Nyt on mahdollista saavuttaa sama jännitetaso kuin syöttöverkossa ilman, että jännite sisältäisi suuren määrän matalataajuisia harmonisia.

Tarkastellaan seuraavaksi kolmitasoista jännitevälipiiritaajuusmuuttajaa.

Kolmitasoinvertteri toteutetaan nykyaikana tyypillisesti joko GTO- tai IGCT-kytkimin. Kaksitasoinvertterin kytkimenä käytetään yleisesti IGB-Transistoria. Nimitys kolmi- tai kaksitasoinvertteristä seuraa siitä, että invertterityypeissä kukin moottorille menevä vaihejohdin voidaan kytkeä joko kolmeen tai kahteen eri potentiaaliin. Kolmitasoisessa invertterissä vaihtoehdot ovat +, 0 tai –, ja kaksitasoisessa + tai –.

Kolmitasoisen ns. NPC-invertterin piirikaavio on kuvattu pääpiirteissään kuvassa 6.21. NPCinvertterissä on kolme tulonapaa ja kytkentä muistuttaa kahden kaksitasoinvertterin sarjaankytkentää; erona kuitenkin keskipistediodit. Välipiirin jännite jaetaan kahteen osaan sarjakytkettyjen kondensaattorien avulla. Jännitteenjaon onnistumista on tarkkailtava näissä inverttereissä. Kytkinkomponentteina käytetään tavallisesti GTO-tyristoreja tai IGCT-kytkimiä. IGBT-kytkimillä varustettuja pienjännitteisiä kolmitasoinverttereitäkin on markkinoilla.

Kuvan 6.21 GTO-invertterissä suojauskondensaattorien energia syötetään pääpiiriin kahdella katkojalla, jotka ovat plus- ja miinuskiskojen potentiaaleissa. NPC-invertterien nimellisjännitteet ovat tyypillisesti 2400 V ja 3300 V ja tehot 1...30 MW.

Kuvassa 6.22 nähdään kolmitasoisen invertterin yhden vaiheen toteutus GTO-tyristoreilla. Siihen kuuluu neljä vastaavanlaista haaraa kuin kaksitasoisessa invertterissä ja lisäksi kaksi ns. clampingdiodia V9 ja V10.



Kuva 6.21 NPC-invertterin (SAMI Megastar) piirikaavio ABB Industryn mukaan. Kytkinkomponenttina GTO. CH-hakkurit palauttavat suojauspiirien energian välipiiriin.



Kuva 6.22. Kolmitasoisen invertterin yhden vaiheen toteutus GTO-tyristoreilla tai IGC-tyristoreilla, V1...V4 ja nopeilla kytkindiodeilla, V5...V10.

Kolmitasoisen kolmivaiheisen invertterin toimintaa voidaan havainnollistaa kuvan 6.16 mukaisella vaihtokytkinmallilla. Vaiheiden A, B ja C kytkimiä sopivasti ohjaamalla synnytetään moottorin napoihin kolmivaihejännite. Kuvassa 6.23 a on esitetty NPC-invertterillä saavutettavat jännitekuviot pulssiluvulla 1 ja kuvassa 6.23 b pulssiluvulla kolme.



Kuva 6.23 (a) Vaihtokytkimien moottorivaiheisiin kytkemät potentiaalit  $U_A$ ,  $U_B$  ja  $U_C$  sekä pääjännite  $U_{AB}$ . Myös moottorin vaihejännite  $U_{An}$  on esitetty, kun käytetään pulssilukua yksi ja (b) Vaihtokytkimien moottorivaiheisiin kytkemät potentiaalit ja pääjännite pulssiluvulla kolme.

Tarkastellaan nyt kuvan 6.22 mukaisen invertterikytkennän yhden vaiheen toimintaa, kun invertterin kuormana on kolmivaiheinen moottori. A-vaihe kytkeytyy tasajännitelähteen (+)-napaan, kun tyristorit V1 ja V2 johtavat. Tällöin moottorin virta pääsee kulkemaan invertteriltä poispäin tyristoreiden V1 ja V2 kautta ja invertterille päin diodien V5 ja V6 kautta (kuva 6.24a). Seuraavaksi sammutetaan tyristori V1 ja sytytetään tyristori V3. Tällöin A-vaihe kytkeytyy tasajännitelähteen keskipisteeseen ja virta kulkee moottorille diodin V9 ja tyristorin V2 kautta tai virran suunnan ollessa päinvastainen tyristorin V3 ja diodin V10 kautta keskipisteeseen (kuva 6.24b). A-vaihe kytkeytyy tasajännitelähteen (–)-napaan, kun tyristori V2 sammutetaan ja tyristori V4 sytytetään, jolloin virta kulkee invertterille päin tyristorien V3 ja V4 kautta ja virran suunnan ollessa päinvastainen diodien V7 ja V8 kautta (kuva 6.24c).





Kuva 6.24a NPC-PWM-invertterin A-vaiheen virran suunnat tyristorien V1 ja V2 tai diodien V5 ja V6 johtaessa.

Kuva 6.24b NPC-PWM-invertterin A-vaiheen virran suunnat diodin V9 ja tyristorin V2 tai diodin V10 ja tyristorin V3 johtaessa.

6.17



Kuva 6.24c NPC-PWM-invertterin A-vaiheen virran suunnat tyristorien V3 ja V4 tai diodien V7 ja V8 johtaessa.

# 6.3.1 Jännitevektorien muodostuminen invertterin ja käämityksen yhteisvaikutuksesta

#### Jännitevektorit kaksitasoinvertterissä

Paitsi pulssileveysmodulaatiota soveltavana jännitelähteenä invertterisiltaa voidaan yhdessä käämityksen kanssa tarkasteltuna pitää myös jännitevektorien muodostajana. Invertterin ja moottorin yhdessä muodostamat jännitevektorit voidaan määrittää avaruusvektoriesityksen avulla. Kaksitasoisessa kolmivaiheinvertterissä on  $2^3 = 8$  kytkinasentokombinaatiota (S<sub>A</sub>, S<sub>B</sub>, S<sub>C</sub>), jotka on lueteltu taulukossa 6.1. Varsinaisia jännitevektoreita on kuusi ja nollavektoreita kaksi.

kytkin			as	sentokor	nbinaati	ot		
SA	+	+	_	-	—	+	+	-
S <sub>B</sub>	+	+	+	+	_	_	_	-

+

Taulukko 6.1 Kaksitasoinvertterin kytkimien asentokombinaatiot.

Kuva 6.25 esittelee invertterin kahdeksan eri vaihtokytkintilaa ja niitä vastaavat jännitevektorit. Jännitevektori lasketaan tutusta jännitevektorin muodostamisyhtälöstä

+

$$\boldsymbol{u} = \frac{2}{3} \left( \boldsymbol{a}^{0} \boldsymbol{u}_{\mathrm{A}} + \boldsymbol{a}^{1} \boldsymbol{u}_{\mathrm{B}} + \boldsymbol{a}^{2} \boldsymbol{u}_{\mathrm{C}} \right), \tag{6.18}$$

+

missä vaiheenkääntöoperaattori a on

+

 $S_{C}$ 

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}}.$$
 (6.19)

Kuvassa 6.25 jännitteiden  $u_A$ ,  $u_B$  ja  $u_C$  synnyttämiseksi kytkimet kytketään välipiirin potentiaaleihin. Tarkasteltaessa sähkökoneen käämityksiä voidaan todeta, että käämeissä vaikuttavia jännitemahdollisuuksia on periaatteessa - kytkentätilanteesta riippuen -  $\pm 2/3 u_{DC}$ ,  $\pm 1/3 u_{DC}$ , ja 0. Lähtöjännitevektori saa nyt arvot:

(6.20)

$$u_{0} = 0,$$
  

$$u_{1} = \frac{2}{3}u_{DC}a^{0},$$
  

$$u_{2} = -\frac{2}{3}u_{DC}a^{2},$$
  

$$u_{3} = \frac{2}{3}u_{DC}a^{1},$$
  

$$u_{4} = -\frac{2}{3}u_{DC}a^{0},$$
  

$$u_{5} = \frac{2}{3}u_{DC}a^{2},$$
  

$$u_{6} = -\frac{2}{3}u_{DC}a^{1},$$



Kuva 6.25 Jännitevälipiirillisen kolmivaiheinvertterin kytkentämahdollisuudet ja vastaavat lähtöjännitevektorien suunnat, jotka ovat vaihekäämien magneettiakseleiden myötä- ja vastasuunnat. Lähtöjännitteen nolla-arvolla ei ole suuntaa. Huomaa, että oikeanpuolimmaisessa sarakkeessa määritetään käämien kokeman jännitteen suunta, joka merkitään positiiviseksi, kun suunta vastaa moottorikäämin jännitteen suuntaa kuvan mukaisesti ( $u_A$ ). Kytkinasentojen jännitemerkinnät ovat siis täsmälleen päinvastaiset kuin käämien kokemien jännitteiden merkinnät. Tämä ero täytyy tehdä, jotta positiivinen jännitevektori tuottaa käämeihin samansuuntaisen virtavektorin.

Jännitevektorin synnyssä havaitaan pieni teoreettinen ongelma. Usein yhtälöön (6.18) sijoitetaan suoraan kytkimien jännitteet välipiirin tasojen mukaisesti, jolloin esimerkiksi jännitevektori  $u_1$  saadaan sijoittamalla suhteelliset jännitteet (+1, 0, 0) tai (+½, -½, -½) tai (+²/<sub>3</sub>, -¹/<sub>3</sub>, -¹/<sub>3</sub>). Tämä jälkimmäisin sarja edustaa ehkä parhaiten fysikaalista tilannetta. Käytännössä näin voidaan aina menetellä, kunhan varmistetaan, että jännitevektori synnyttää vastaavan virtavektorin samaan suuntaan. Tämä voidaan käytännössä hoitaa esimerkiksi virranmittauksen suuntien avulla.

Teoreettisessa mielessä yllämainittu sijoitus johtaa ongelmaan, jossa jännitevektori osoittaa päinvastaiseen suuntaan kuin sen synnyttämä virtavektori. Tämä on kuvassa otettu huomioon merkitsemällä positiiviseksi jännitteeksi tähtipisteestä vaiheliitintä kohti oleva jännite, joka synnyttää virran, joka on samansuuntainen jännitevektorin kanssa. Nyt jännitevektori  $u_1$  syntyy kun kytkimet kytketään kiskoihin seuraavasti (S<sub>A</sub>, S<sub>B</sub>, S<sub>C</sub>) (0, +1, +1) tai (-½, +½, +½) tai (-⅔, +⅓, +⅓). Toteutus on siis täsmälleen päinvastainen kuin edellä, vrt. kuva 6.26.

Kuvan 6.25 oikean sarakkeen merkinnät kuvastavat niitä arvoja, jotka on syötettävä jännitevektorin lausekkeeseen, jotta jännitevektorien ja virtavektorien suunnat ovat yhtenevät.



Kuva 6.26 Kaksitasoisen invertterin jännitevektorin muodostuminen kolmivaihekoneen staattorin magneettiakseleiden suuntien avulla. Kuvassa on käytetty todellisten kytkinasentojen merkintöjä, jotka pitää kertoa –1:llä jotta saadaan jännitevektorin muodostamisessa tarvittavat jännitesuureet.

Tarkasteltaessa jännitevektorin muodostumista havaittiin siis, että myös monet mahdolliset jännitekombinaatiot tuottavat samansuuntaiset jännitevektorit. Voimme hyvin ajatella, että jännitevektori muodostuu käämien alkupäiden koskettaessa potentiaaleja  $+\frac{1}{2}$  ja  $-\frac{1}{2}$  tai +1 ja 0. Tarkistetaan etsimällä  $u_1$ 

$$u_{1} = \frac{2}{3} \left( a^{0} u_{A} + a^{1} u_{B} + a^{2} u_{C} \right) = \frac{2}{3} \left( a^{0} \frac{2}{3} + a^{1} \frac{-1}{3} + a^{2} \frac{-1}{3} \right) = \frac{2}{3} \left( a^{0} \right)$$

$$= \frac{2}{3} \left( a^{0} \frac{1}{2} + a^{1} \frac{-1}{2} + a^{2} \frac{-1}{2} \right) = \frac{2}{3} \left( a^{0} \right)$$

$$= \frac{2}{3} \left( a^{0} 1 + a^{1} 0 + a^{2} 0 \right) = \frac{2}{3} \left( a^{0} \right).$$
(6.21)

### Jännitevektorit kolmitasoisessa NPC-invertterissä

Kuvassa 6.27 on esitetty kolmitasoisen kolmivaiheisen invertterin vaihtokytkinmalli ja pääjännitteen  $U_{AB}$  mahdolliset tasot –, 0, +.



Kuva 6.27 Kolmivaihe-kolmitasoinvertterin kytkinmalli ja välipiirin kondensaattorien jännitteenjako ideaalitilanteessa.

Koska NPC-invertterissä lähtöjännite voi saada kolme eri arvoa, sen kytkimillä on 3<sup>3</sup>=27 kytkinasentokombinaatiota (taulukko 6.2, 6.3). Näistä syntyy 19 erilaista vektorisuuntaa (kuva 6.28). Paikkaosoittimien määrittäminen tapahtuu kuten kaksitasoisen invertterin tapauksessakin. Tässä tapauksessa jätämme kuitenkin tuon edellä esitellyn teoreettisen ongelman huomiotta ja käytämme suoraan kytkintietoja vektorien muodostamisessa.

	kytkinkombinaatiot																										
A	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Ι	I		Ι	I		Ι	Ι	_
F	<b>3</b> +	+	+	0	0	0	-	-	-	+	+	+	0	0	0		-	_	+	+	+	0	0	0	_	_	_
(	+	0	Ι	+	0	-	+	0	-	+	0	-	+	0	-	+	0	_	+	0	-	+	0	-	+	0	-

Taulukko 6.2 Kolmitasoisen NPC-invertterin kytkinasentokombinaatiot

Taulukko 6.3 Kolmitasoisen NPC-invertterin pääjännitteen U<sub>AB</sub> muodostamismahdollisuudet

$U_{\rm AB}$	kytkii	nasentokombin	aatiot
$+U_{\rm DC}$	+-		
$+\frac{1}{2}U_{\rm DC}$	+ 0	0 -	
0	++	0 0	
$-\frac{1}{2}U_{\rm DC}$	0 +	- 0	
$-U_{\rm DC}$	-+		



Kuva 6.28 (a) Kolmivaihe- kolmitasoinvertterin vektoriosoittimet, (b) esimerkki pääjännitteen käyrämuodosta. Tässä kuvassa on käytetty kytkinasentoina tavallisesti kirjallisuudessa esitettäviä suureita, joista jännitevektoriyhtälöön sijoit- tamalla saadaan suoraan halutut vektorit.

NPC-invertterit soveltuvat parhaiten käytettäviksi suuritehoisiin sähkökäyttöihin. Tehoalue ulottuu 30 MVA:n tienoille. Tyypillisimpiä käyttökohteita ovat suuritehoiset pumput, puhaltimet, kompressorit, potkurikäytöt, veturikäytöt, metalliteollisuuden valssainkäytöt, isotehoiset vinssit ja nosturit sekä induktiokuumentimet. Eräs NPC-invertterin sovelluskohde ovat nopeat oikosulkumoottorikäytöt. Tällaisia käytetään mm. suurnopeusjunissa ja metallintyöstökoneissa. Taajuusmuuttaja, jonka invertteriosa on toteutettu NPC-PWM-tekniikalla, on varteenotettava vaihtoehto suuritehoisiin sähkökäyttöihin, joissa tarvitaan hyvää säädettävyyttä. NPC-invertteriä on mahdollista moduloida monipuolisemmin kuin perinteistä kaksitasoista invertteriä, mistä seuraa NPC-invertterin vähäisempi yliaaltosisältö. Lisäksi NPC-invertterin vastaavasta ja näin ollen NPC-invertteri voidaan rakentaa kaksinkertaiselle jännitteelle kaksitasoiseen verrattuna ilman kytkimien varsinaista sarjakytkentää.

Mikäli kolmitasotekniikkaa käytetään 400 V:n inverttereissa, voidaan invertterisilta rakentaa käyttäen 600 V:n IGBT-moduuleita. Tavallisessa 400V:n kaksitasoinvertterissä pitää riittävän jännitekestoisuuden saavuttamiseksi valita 1200 V:n IGBT-kytkimet ja 690 V:n tapauksessa 1700 V:n kytkimet. 600 V:n kytkimet ovat merkittävästi pienihäviöisempiä ja nopeampia kuin enemmän jännitettä kestävät versiot, joten kauniin käyrämuodon lisäksi on kolmitasoinvertterissä saavutettavissa vähintään sama hyötysuhde kuin kaksitasotapauksessa, vaikka komponentteja on merkittävästi enemmän. Moottorin kannalta kolmitasoinvertterin käyrämuodot ovat merkittävästi mukavampia kuin kaksitasoinvertterin vastaavat muodot.

#### 6.3.2 Avaruusvektorimodulointi

• •

Edellä havaittiin, että invertterisilta synnyttää moottorin käämien avulla jännitevektorit. Näitä vektoreita voidaan nyt käyttää sini-kolmiovertailumoduloinnin asemesta suoraan ns. avaruusvektorimoduloinnissa, joka onkin nykyisin varsin yleisesti käytössä. Modulaattorin ohjearvovektori jännitteelle on muotoa

$$\boldsymbol{u}_{\text{ref}} = \boldsymbol{u}_{\text{ref}} e^{j\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{u}_{\alpha,\text{ref}} + j\boldsymbol{u}_{\beta,\text{ref}} \,. \tag{6.22}$$

Kuva 6.29 esittää avaruusvektorimodulaation perusteita.



Kuva 6.29 Suuntaajan jännitevektorit  $u_0...u_7$ . Kuvassa esitetty staattisen koordinaatiston aktiiviset ja nollavektorit. Lisäksi kuvassa on esitetty ohjearvovektori ( $u_{ref}$ ) ja sen muodostuminen aktiivisista vektoreista yhdellä ajan hetkellä. Kuusikulmiokehä esittää jännitevektorien maksimipituutta kussakin kohdassa. Kuusikulmion sisään piirretty ympyrä edustaa jännitevektorin kärjen piirtämää uraa tuotettaessa suurinta mahdollista sinimuotoista jännitettä. Jännitevektorin pituus on 2/3  $U_{DC}$ . Maksimipituus sinijännitteen amplitudille on  $(\sqrt{3}/2) \times |u_{1...6}| = (1/\sqrt{3}) U_{DC} \approx 0.866 \times |u_{1...6}| \approx 0.577 U_{DC}$ . Tästä saadaan esim. 400 V:n järjestelmässä  $\hat{u} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3\sqrt{2}}{\pi} U_{LL} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} U_{LL} \approx 0.78 U_{LL} = 312 \text{ V}$ . Tämä vastaa n. 220 V:n jännitettä, joka on siis 95.9 % verkkojännitteeseen (230 V) verrattuna. Tämä lasku johtuu siitä, että dioditasasuuntauksessa ei saada pääjännitteen huippua  $\sqrt{2}U_{LL}$  vaan  $\frac{3\sqrt{2}}{\pi} U_{LL}$ . Näiden suhde on  $3/\pi = 0.95$ 

Avaruusvektorimoduloinnin toimialue jaetaan kolmeen osaan:

- **lineaarinen modulointi**. Tällä alueella jännitevektorin vaihekulma  $\theta$  stationaaritilassa etenee vakaasti nopeudella  $\omega$ .  $u_{ref} = u_{ref} e^{j\theta} = u_{ref} e^{j\omega t}$ , ja jännitevektorin pituus on kuvan 6.29 mukaisesti enintään  $(1/\sqrt{3})U_{DC}$ . Lineaariselle modulaatioalueelle on tyypillistä, että sillä toimittaessa käytetään nollavektoreita.
- ylimodulaatioalue I. Tälläkin alueella jännitevektorin vaihekulma  $\theta$  stationaaritilassa etenee vakaasti nopeudella  $\omega$ .  $u_{ref} = u_{ref} e^{j\theta} = u_{ref} e^{j\omega t}$ . Amplitudi kuitenkin vaihtelee, sillä jännitevektori jää liian lyhyeksi sektorien keskialueella. Nollavektorien käyttö on loppunut ylimodulaatioalueen alarajalla.
- ylimodulaatioalue II. Tällä alueella siirrytään vähitellen sinikolmiovertailun täyttä ylimodulaatiota vastaavaan tilaan – kanttiaaltoon. Prosessi etenee niin, että täyttä jännitevektoria pidetään sektorin johto- ja jättöreunoilla jonkin aikaa päällä. Tällöin jännitevektori ei siis etene lainkaan. Kun pitokulma modulointi-indeksin *M* myötä kasvaa, pidetään jännitevektoria moduloimatta päällä niin kauan, kunnes perusaallon kulmataajuus olisi tuottanut puolta sektorin leveyttä vastaavan kulman. Tässä vaiheessa vaihdetaan seuraava jännitevektori. Luonnollisesti nollavektoreita ei käytetä. Näin jännitevektori hyppää aina moduloimatta edelliseltä sektorirajalta seuraavalle. Tämä vastaa sini-kolmiovertailumodulaation täyttä ylimodulaatiota. Moottorin vaihejännite näyttää kanttiaallolta.

6.23

Tarkastellaan näitä modulaation erilaisia alueita hieman seuraavassa. Lineaarisella alueella referenssijännitevektorin pituus  $\hat{u}_{ref}$  riippuu stationaarisessa toiminnassa induktiolaista ja saa arvon  $\omega \hat{\psi}_s$ . Dynaamisissa tiloissa siihen voi tulla nopeita muutoksia. Kulma  $\theta$  määräytyy halutusta jännitevektorin pyörimisnopeudesta. Stationaaritilassa  $\theta = \omega t + \theta_0$ . Tässä  $\theta_0$  edustaa moduloinnin alkukulmaa.

Modulointisekvenssin kestoaika  $T_{sw}$  voidaan määritellä riippuvaiseksi kytkentätaajuudesta  $f_{sw}$ 

$$T_{\rm sw} = 2T_{\rm sub} = \frac{1}{f_{\rm sw}}.$$
 (6.23)

Tässä  $T_{sub}$  on modulaation alisekvenssin kestoaika. Ohjearvovektorin näytteen mukainen jännitevektori muodostetaan kuvassa 6.29 esitetyillä avaruusvektoreilla. Kompleksitaso jakautuu kuvan 6.29 mukaisesti kuuteen yhtä suureen sektoriin aktiivisten jännitevektoreiden toimiessa sektoreiden sivuina.Modulointi sektorissa I perustuu yhtälöön

$$\boldsymbol{u}_{\text{ref}} T_{\text{sub}} = t_1 \boldsymbol{u}_1 + t_2 \boldsymbol{u}_2 + t_0 \boldsymbol{u}_{0,7} \quad T_{\text{sub}} = t_1 + t_2 + t_0.$$
(6.24)

Ohjearvovektorin muodostamiseen moduloimalla tarvitaan kahta aktiivista vektoria ja mahdollisesti nollavektoreita. Kussakin sektorissa aktiivisiksi vektoreiksi valitaan kaksi sektoria rajaavaa vektoria ja molemmat nollavektoreista. Kuvassa 6.29 ohjearvovektorin muodostamiseen sektorissa I valitaan aktiiviset vektorit  $u_1$  ja  $u_2$  ja molemmat nollavektorit  $u_0$  ja  $u_7$ . Valituille aktiivisille vektoreille lasketaan kytkentäajat  $t_1$  ja  $t_2$ , joista  $t_1$  on sektorin johtavan reunan vektorin kytkentäaika ja  $t_2$  on sektorin jättävän reunan kytkentäaika. Aktiivisten vektoreiden kytkentäaikojen laskukaavat on esitetty taulukossa 1. Esimerkiksi sektorissa I saadaan aika  $t_1$  lasketuksi sinilauseen avulla kuvan 6.29 kolmiosta, jonka jännitevektorit  $u_1$  ja  $u_2$  rajaavat.

Määritelmissä esiintyvä M on mm. Holzin (1994) määrittelemä modulointi-indeksi, joka on nyt erilainen kuin sini-kolmiovertailuun perustuvassa modulaatiossa

$$M = \frac{\hat{u}_{\text{ref}}}{\hat{u}_{6p,1}} = \frac{\hat{u}_{\text{ref}}}{\frac{2}{\pi}U_{\text{DC}}}; \quad \hat{u}_{6p,1} = \frac{2}{\pi}U_{\text{DC}}.$$
(6.25)

 $\hat{u}_{ref}$  on ohjearvovektorin pituus (siis vastaavan vaihejännitekäyrän huippuarvo) ja  $U_{DC}$  on välipiirin jännite. *M* on nyt siis jännitteen huippuarvon suhde kuusipulssimoduloinnissa saatavan vaihejännitteen perusaallon huippuarvoon.

Kun modulointi-indeksi saavuttaa arvon M = 1, käytetään vain aktiivivektoreja ja jännitteen aikafunktiot ovat kanttiaaltoja – ollaan ylimodulaatioalueen II suurimman jännitteen tuottavassa toimintapisteessä.

Sektori	Ohjearvovektorin sijainkulma θ	Moduloinnissa käytettävät aktiiviset jännitevektori	Aktiivisten jännitevektorien kytkentäajat
I	$0 \le \theta \le \frac{\pi}{-}$	$oldsymbol{u}_1$	$t_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} M T_{\text{sub}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right)$
	3	<b>u</b> <sub>2</sub>	$t_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} M T_{\rm sub} \cdot \sin(\theta)$
	$\frac{\pi}{-1} < \theta < \frac{2\pi}{-1}$	$u_2$	$t_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} MT_{\text{sub}} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \theta\right)$
11	3 3	<b>u</b> <sub>3</sub>	$t_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} MT_{\text{sub}} \cdot \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$
TTT	$2\pi < \theta < \pi$	<b>U</b> 3	$t_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} MT_{\rm sub} \cdot \sin(\pi - \theta)$
111	$\frac{1}{3} \leq v < n$	$u_4$	$t_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} MT_{\text{sub}} \cdot \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$
IV	$\pi < \theta < \frac{4\pi}{2}$	$u_4$	$t_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} MT_{\text{sub}} \cdot \sin\left(\frac{4\pi}{3} - \theta\right)$
1,	3	<b>U</b> 5	$t_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} M T_{\rm sub} \cdot \sin(\varphi - \pi)$
V	$\frac{4\pi}{4\pi} < \theta < \frac{5\pi}{4\pi}$	$u_5$	$t_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} MT_{\text{sub}} \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{3} - \theta\right)$
v	3 3	<b>u</b> <sub>6</sub>	$t_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} MT_{\rm sub} \cdot \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)$
VI	<sup>5π</sup> - θ - 2π	<b>u</b> <sub>6</sub>	$t_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} MT_{\rm sub} \cdot \sin(2\pi - \theta)$
VI	$\frac{-3}{3} \ge 0 < 2\pi$	$oldsymbol{u}_1$	$t_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} MT_{\text{sub}} \cdot \sin\left(\theta - \frac{5\pi}{3}\right)$

Taulukko 6.4. Aktiivisten jännitevektoreiden kytkentäajat avaruusvektorimoduloinnissa.

Lineaarisella modulointialueella nollavektorien kytkentäajat määräytyvät aktiivisten vektorien kytkentäaikojen perusteella

$$t_0 = t_7 = \frac{1}{2} \left( T_{\text{sub}} - t_1 - t_2 \right).$$
(6.26)

Kun kaikki edellä läpikäydyt seikat avaruusvektorimoduloinnista kootaan yhteen, saadaan kuvan 6.29 esitystä vastaava kytkentäajat ja jännitevektorit yhteen sitova kaavio. Tämä kaavio esittää avaruusvektorimoduloinnin periaatteen. Kuva 6.30 esittää yhtä avaruusvektorimoduloinnin sekvenssiä muodostettaessa kuvan 6.29 ohjearvovektoria.



6.26

Kuva 6.30 Vektorin muodostaminen SVM:n kytkentäsekvenssissä ja sitä vastaavat kytkentäajat sektorissa I. Käytetään jännitevektoreita  $u_0$ ,  $u_1$ ,  $u_2$  ja  $u_7$  niin, että koskaan ei käännetä kahta vaihtokytkintä kerrallaan. Kuvasta voidaan nähdä A-, B- ja C-vaiheen muodostavan kuvan 6.29 mukaisia kytkentätiloja eli jännitevektoreita. Lisäksi kuvassa on esitetty, miten pääjännitteen pulssit muodostuvat vaiheiden kytkentäohjeista (nollataso on merkitty katkoviivalla). Pulssien muodostumisesta voidaan havaita, että minimipulssin kestoaika on tässä kuvassa  $t_2$ .

Kuvassa 6.31 on esitetty miten kytkentäajat muuttuvat ohjearvovektorin  $u_{ref}$  liikkuessa I sektorissa kohti jännitevektoria  $u_2$ . Kytkentäajat muuttuvat vastaavasti muissakin sektoreissa.



Kuva 6.31 Kytkentäaikojen käyttäytyminen. Kuvassa on esitetty referenssivektorin  $u_{ref}$  etenemissuunta ja sektorin I aktiiviset jännitevektorit  $u_1$  ja  $u_2$ , kun modulointi-indeksi M = 0.65. Kuvaan on piirretty myös jännitevektorien  $u_1$  ja  $u_2$  suhteelliset mitat. Jännitevektorien pituus on  $2/3 \times U_{DC}$ . Vastaavasti täysi kanttijännite tuottaa lähtöön jännitteen perusallon amplitudiksi  $2/\pi \times U_{DC}$ . Niiden suhde on 1.047, mikä näkyy kuvan vektorien pituuksissa. (Peltoniemi 2005)

Lineaarisella modulointialueella maksimijännite on  $\hat{u}_{ref} = (1/\sqrt{3})U_{DC} \approx 0.577U_{DC} \approx 0.866 \times |u_{1...6}|$ . Modulointi-indeksi saavuttaa tällöin arvon

Sähkökäytöt, Juha Pyrhönen, LTY Sähkötekniikka

$$M = \frac{\hat{u}_{\text{ref}}}{\frac{2}{\pi}U_{\text{DC}}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}U_{\text{DC}}}{\frac{2}{\pi}U_{\text{DC}}} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} = 0.907.$$
(6.27)

Kun modulaatioaste *M* ylittää arvon 0.907 mennään ylimodulaatioalueelle I. Tällä ylimodulaatioalueella pidetään jännitevektorin ohjearvon kulmanopeus vakiona, mutta amplitudi ylittää kuusikulmion rajat kuvan 6.32 mukaisesti. Ylimodulaatioalue I määritellään modulointi-indeksin suhteen seuraavasti:

$$0.907 < M < 0.951. \tag{6.28}$$



Kuva 6.32 Ylimodulaatioalueen I yläraja. M = 0.951.

Ylimodulaatioalueella I referenssivektorin kärjen piirtämä ura on osittain kuusikulmion sisä- ja osittain ulkopuolella. Ylimodulaatioalueen I yläraja saavutetaan, kun pinta-alat ulko- ja sisäpuolella ovat yhtä suuret. Holzin (1993) mukaan käytetään jännitevektorien kytkentäajoille taulukon 6.4 mukaisia yhtälöitä, kun referenssivektorin kärki on kuusikulmion sisäpuolella ja seuraavia yhtälöitä, kun kärki on ulkopuolella:

$$t_{1} = \frac{T_{\text{sub}}}{3} \frac{\sqrt{3} \cos \theta - \sin \theta}{\sqrt{3} \cos \theta + \sin \theta}$$
  

$$t_{2} = \frac{T_{\text{sub}}}{3} - t_{1} \qquad (6.29)$$
  

$$t_{0} = 0$$

Bolognani ja Zioglotto (1999) johtivat analyyttisesti ylimodulaatioalueen I perusaallon maksimijännitteelle yhtälön

$$\hat{u}_1 = \frac{\sqrt{3}\ln 3}{\pi} U_{\rm DC} = 0.606 U_{\rm DC} \,. \tag{6.30}$$

Vastaavasti modulointi-indeksi saa arvon

Sähkökäytöt, Juha Pyrhönen, LTY Sähkötekniikka

$$M = \frac{\sqrt{3 \ln 3}}{2} \approx 0.951.$$
(6.31)

Ylimodulaatioalueen I jälkeen alkaa ylimodulaatioalue II, M > 0.951. Tällä alueella käytetään vähitellen yhä pitempään sektorien reunoja rajoittavia jännitevektoreita niin, että jännitevektoria ei käännetä lainkaan. Ylimodulaatioalueella I jännitereferenssiä pidetään jatkuvana, mutta ylimodulaatioalueella jännitereferenssi saa diskreettejä arvoja. Ylimodulaatioalueella II jännitevektoreita pidetään päällä pitokulman verran. Pitokulman kasvaessa puoleen sektorin leveydestä 1. arvoon  $\pi/6$  päädytään kuusikulmiomodulointiin ja M = 1. Kuva 6.33 hahmottaa eri modulaatioalueiden rajoja.



Kuva 6.33 Eri modulaatioalueiden rajat. M = 0.785 osoittaa rajaa, jossa sini-kolmiovertailuun perustuva modulointiindeksi saa arvon m = 1. M = 0.907 osoittaa avaruusvektorimoduloinnin sinimuotoisen lähtöjännitteen maksimirajaa. M = 0.951 osoittaa SVM:n ylimodulaatioalueen I suurinta modulointi-indeksiä ja M = 1 tuottaa ylimodulaatioalueen II suurimman mahdollisen jännitteen. Tämä vastaa sini-kolmiovertailuun perustuvassa modulaatiossa täyttä ylimodulaatiota; esim. jos  $m_f = 15$ , saavutetaan täysi kanttiaalto arvolla  $m_a = 3.24$ .

### 6.3.3 Jännitevälipiirin kapasitanssin mitoitus

\_

Välipiirin kondensaattorin koolla on suuri merkitys jännitevälipiiritaajuudenmuuttajan toimintojen kannalta. Tavallisesti on noudatettu mitoitusta, jossa taajuudenmuuttajan välipiirin kapasitanssin koko on noin 20 µF taajuudenmuuttajan nimellisvirran ampeeria kohti. Kuva 6.34 esittää tällaisella kondensaattorilla varustetun taajuudenmuuttajan verkkovirran tyypillistä käyrämuotoa. Välipiirin jännite pysyy varsin tasaisena huolimatta latausvirran pulssimaisuudesta.



Kuva 6.34 Kolmivaihediodisillalla varustetun taajuudenmuuttajan verkkovirta ja välipiirin jännite. Virta on tyypillinen suuren kondensaattorin latausvirta.

Viime aikoina on välipiirin mitoitusta pyritty keventämään. Äärimmilleen keventämistä on suorittanut Hannu Saren väitöskirjassaan, jossa hän esittelee tekniikan, jolla välipiirin kapasitanssiksi on valittu vain yksi prosentti alkuperäisestä mitoituksesta. Sarenin koelaitteessa on 10 ampeerin invertterin välipiirissä 2  $\mu$ F:n metalloidusta polypropyleenikalvosta valmistettua kondensaattoria tavallisen 200  $\mu$ F:n elektrolyyttikondensaattorin asemesta. Kuva 6.35 esittää verkkovirtaa, kun taajuudenmuuttaja on varustettu yhden prosentin kondensaattorilla.



Kuva 6.35 Kolmivaihediodisillalla varustetun taajuudenmuuttajan verkkovirta ja välipiirin tasajännite, kun taajuudenmuuttajan välipiirin kondensaattori on vain yhden prosentin tavanomaisesta. Käytännössä tasajännite noudattaa diodisillan käyrämuotoa. (Saren 2005)

Välipiirin kondensaattorin pienentäminen johtaa siihen, että osa kytkentätaajuisista häiriöistä etenee verkkoon, kuten kuvasta 6.35 voidaan havaita. Lisäksi modulaatiossa on entistä huolellisemmin otettava huomioon välipiirin jännitteen suuruus. Yhden prosentin välipiiri ei missään tapauksessa kestä magneettikenttään varastoituneen energian palauttamista välipiiriin.

### 6.4 Matriisikonvertteri

 $AC \rightarrow AC$ Matriisikonvertteritekniikka tarjoaa suoran muunnoksen tehonsuuntaukseen. Toimintaperiaate muistuttaa syklokonvertteria. Syöttöverkon kiinteätaajuinen ja -jännitteinen vaihtosähkö tasasähkövälipiiriä muutetaan suoraan ilman muuttuvataajuiseksi ia muuttuvajännitteiseksi vaihtosähköksi muuttajan lähtöpuolelle. Syklokonvertteri vaatii kuitenkin kaksi kertaa niin paljon komponentteja (36 tyristoria) kuin matriisikonvertteri. Syklo vaatii lisäksi jokaista vaihetta kohti syöttömuuntajan, joten sen koko on huomattavasti suurempi kuin matriisikonvertterilla. Lisäksi syklon lähtöjännitteen taajuus rajoittuu käytännössä enintään puoleen syöttöverkon taajuudesta. Matriisikonvertterilla tätä rajoitetta ei ole. Syklon verkonpuoleinen tehokerroin on aina induktiivinen. Matriisikonvertterilla käytön tehokerroin on aseteltavissa.

Matriisikonvertterin selvä etu verrattuna perinteisiin suuntaajiin on, että siinä ei ole DC-välipiiriä eikä syklon rajoituksia. Matriisikonvertteri koostuu joukosta kaksisuuntaisia kytkimiä, jotka on järjestetty siten, että mikä tahansa konvertterin tuleva vaihe voidaan kytkeä mihin tahansa lähtevään vaiheeseen. Matriisikonvertterin lähtöjännitteen käyrämuodot muodostetaan siis kytkemällä syöttävä vaihe kerrallaan kuormaan tietyksi ajanjaksoksi. Yleensä tämä aika on jokaiselle lähtevälle vaiheelle sama. Kuvassa 6.36 on esitetty tyypillinen lähtöjännitteen käyrämuoto, kun käytetään kohtalaisen alhaista kytkentätaajuutta. Lähtöjännite muodostuu ohjaamalla kytkentätaajuudella kolmea syöttävää vaihetta sopivasti lähtöön. Tulopuolelle kytketään usein reilunkokoinen *LC*-suodatin poistamaan korkeataajuisia häiriöitä tulovirrassa.

Yleensä keskitytään matriisikonvertteriin, jossa on sekä lähtö- että tulopuoli kolmivaiheinen, eli siinä on siis yhteensä yhdeksän (3×3) kaksisuuntaista kytkintä. Tällaisella piirillä voidaan suoraan korvata invertteri, joka syöttää standardinmukaista 3-vaiheista induktiomoottoria. Etuna perinteiseen invertteriin nähden on myös tilanne, jossa halutaan syöttää kuormaa suoraan syöttöverkosta ilman mitään muutoksia jännitteen amplitudissa tai taajuudessa. Tämä siis luonnollisesti onnistuu vain tilanteessa, jossa kuormassa on yhtä monta vaihetta kuin syöttöverkossa, eli yksi tuleva vaihe kytketään yhtä lähtevää vaihetta kohti ja muut kytkimet pidetään avattuina.



Kuva 6.36 Esimerkki matriisikonvertterin lähtöjännitteestä.

Matriisikonvertteri vaatii toimiakseen ohjattavan kaksisuuntaisen kytkimen, joka pystyy päästämään virran kulkemaan molempiin suuntiin. Kommutointisolu täytyy rakentaa nykyisin diskreeteistä komponenteista. Yleisin ohjattava kytkin, jota käytetään kommutointisolun rakentamisessa on IGBT, mutta myös muita tyyppejä on käytössä.

Diodisillan avulla muodostettu kommutointisolu sisältää yksivaiheisen diodisillan, jonka keskelle on kytketty IGBT, kuva 6.37. Tämän tekniikan etuna on se, että virta kulkee molempiin suuntiin saman kytkimen (IGTB) läpi, joten vain yksi hilaohjain tarvitaan yhtä kommutointisolua kohti. Haittapuolena tässä on se, että virta joutuu molempiin suuntiin kulkemaan kolmen eri komponentin läpi, joissa jokaisessa syntyy häviöitä, joten kokonaishäviöt nousevat suhteellisen korkeaksi. Virran suuntaa kommutointisolun läpi ei voida kontrolloida.



Kuva 6.37 Diodisillan avulla muodostettu tehty kaksisuuntainen kommutointisolu. IGBT:n rinnalla oleva loisvirtadiodi on tässä periaatteessa tarpeeton

Yhteisemitteritekniikalla toteutettu kommutointisolu koostuu kahdesta vastarinnankytketystä IGBT:stä sekä kahdesta diodista, kuva 6.38. IGBT:t ohjaavat virran suuntaa ja diodit estävät virran kulun väärään suuntaan. Tällaisella kommutointisolulla on muutamia etuja verrattuna edelliseen esimerkkiin. Tärkein on se, että virran suuntaa pystytään vapaasti ohjaamaan. Toiseksi nyt virta kulkee vain kahden komponentin läpi, joten häviöt ovat pienentyneet edelliseen esimerkkiin verrattuna. Haittapuolena on jokaisen kommutointisolun tarvitsema oma erillinen teholähde hilojen ohjausta varten, vaikkakin yhden solun molempien IGBT:n molempia hiloja voidaan syöttää samasta lähteestä. Eli esimerkiksi  $3v \rightarrow 3v$  konvertterissa tarvittaisiin yhdeksän erillistä teholähdettä. Tätä käytetään lähinnä suuritehoisissa käytöissä.



Kuva 6.38. Yhteisemitteri-back-to-back kommutointisolu.

Yhteiskollektori back-to-back kommutointisolu on lähes samanlainen kuin edellinen, mutta nyt kollektorit ovat samassa potentiaalissa emitterien asemesta, kuva 6.39. Häviöt ovat samat kuin yhteisemitterikytkennässä, mutta nyt hilojen ohjaus voidaan toteuttaa siten, että  $3v \rightarrow 3v$ konvertterissa tarvitaan vain kuusi erillistä teholähdettä hilaohjausta varten. Tämä perustuu siihen, että jokaista emitteripotentiaalia kohti tarvitaan yksi hilaohjain, joten yhteiskollektorikytkennässä niitä on vain kuusi (3 tulovaihetta ja 3 lähtövaihetta). Yhteisemitterikytkennässä emitteripotentiaaleja on vastaavasti yhdeksän (solmupisteet). Kuitenkin kommutointisolujen välinen keskinäisinduktanssi muodostuu tässä kytkennässä niin suureksi, että se saattaa haitata konvertterin toimintaa. Siksi yhteisemitterikytkentä onkin näistä kahdesta käytetympi keino kaksisuuntaisen kommutointisolun muodostamiseen.
Kuva 6.39. Yhteiskollektori back-to-back kommutointisolu

Luotettava virran kommutointi on matriisikonvertterilla paljon vaikeampaa saavuttaa kuin esimerkiksi perinteisellä invertterillä, koska matriisikonvertterilla ei ole yhtään luontaista vapaata reittiä lähteen ja kuorman välillä esimerkiksi pelkkien diodien läpi, vaan jokaisella reitillä on yksi kommutointisolu jonka ohjattavan kytkimen läpi virta joutuu kulkemaan. Kommutointia täytyy jatkuvasti ohjata kahden perussäännön mukaan. Kahta tulevaa vaihetta ei saa samanaikaisesti kytkeä yhteen lähtevään vaiheeseen, sillä seurauksena on vaiheiden välinen oikosulku. Tätä havainnollistaa kuva 6.40, jossa tilanne on esitetty yksinkertaistetulla  $(3v \rightarrow 1v)$  konvertterilla. Toiseksi, konvertterin yhtään lähtevää vaihetta ei saa kokonaan irrottaa verkosta avaamalla kaikkia sen kommutointisoluja. Tämä katkaisisi virran kulun siltä lähtevältä vaiheelta, ja induktiivisesta kuormavirrasta johtuen sinne indusoituisi hetkellisesti suuria ylijännitteitä, jotka saattaisivat tuhota konvertterin. Myös tämä tilanne on esitetty kuvassa 6.40.

Nämä kaksi ehtoa ovat keskenään ristiriidassa, koska puolijohdekytkimillä on äärellinen vasteaika johtuen etenemisviiveistä sekä äärellisestä kytkentäajasta. Tämä onkin ollut kompastuskivenä matriisikonvertterin kehittämisessä.



Kuva 6.40 Verkon vaiheiden välinen oikosulku tai moottorivaiheelle avoin piiri

Kaksi seuraavaa yksinkertaisinta kommutointimenetelmää molemmat rikkovat em. perussääntöjä, ja siten ne vaativat lisäkomponentteja, jotta vältytään konvertterin tuhoutumiselta.

## Päällekkäinen kommutointi

Päällekkäisessä kommutoinnissa kuormaan kytkettävä vaihe kytketään hiukan ennen kuin kuormasta irroitettava vaihe avataan. Tästä aiheutuu hetkeksi verkon vaiheiden välinen oikosulku, kun molemmat kommutointisolut johtavat hetken yhtä aikaa. Piiriin on nyt lisätty ylimääräistä induktanssia, jotta oikosulkuvirran nousunopeus hidastuu. Avattava vaihe irrotetaan ennen kuin oikosulkuvirta ehtii nousta liian suureksi. Kelat ovat kuitenkin tilaa vieviä ja kalliita, joten tämä menetelmä ei ole kovin suosittu. Kommutointiin kuluva aika kasvaa, mikä saattaa puolestaan aiheuttaa ongelmia ohjausta ajatellen.

#### Kuollutaikakommutointi

Menetelmä perustuu aikaan, jonka jokin lähtevistä vaiheista on täysin irti syöttävästä verkosta. Kommutointisolujen välille on kytketty erilaisia suojauspiirejä, joilla mahdollistetaan virran katkeamaton kulku kuormalle. Suojauspiirien häviöiden takia hyötysuhde kärsii. Kaksisuuntainen tehon virtaus hankaloittaa edelleen suojauspiirien suunnittelua, joten tämäkään keino ei ole kovin suosittu.

Kuvassa 6.41 on esitetty  $3v \rightarrow 1v$  konvertteri sekä sen yhden syöttövaiheen kytkinten ajoituskaavio eri kommutointimenetelmillä.



Kuva 6.41.  $3v \rightarrow 1v$  matriisikonvertteri sekä kommutointien ajoituskaaviot.

Kuvassa 6.42. on esitetty kaksivaiheisesta yksivaiheiseksi matriisikonvertteri, joka on toteutettu ns. puolipehmeällä kommutointimenetelmällä.



Kuva 6.42. 2-v→1-v Matriisikonvertteri, joka on toteutettu puolipehmeällä kommutointimenetelmällä

Tarkastellaan tilannetta, jossa virran suunta on kuvan mukainen, ja virta kulkee ylemmän kommutointisolun kautta. Molemmat kytkimet 1a ja 1b saavat ohjaussignaalin, jotta mahdollistetaan kaksisuuntainen tehon virtaus. Kuvan tilanteessa vain kytkimen 1a läpi kulkee virtaa. Kun halutaan irrottaa ylempi vaihe kuormasta, ja kytkeä alempi vaihe kuormaan, virran suunnan avulla päätellään kumman ylemmän kytkimen läpi ei kulje virtaa, ja sen ohjaussignaali poistetaan. Seuraavaksi annetaan ohjaussignaali kytkettävän vaiheen kommutointisolun sille kytkimelle, jolle virta kommutoituu. Kuvan virran suunnalla kytkin 2a:lle viedään ohjaus. Kuormavirta siirtyy joko heti tässä vaiheessa 2a:lle, tai vasta kun irrotettavan vaiheen johtavan kytkimen 1a ohjaus poistetaan. Lopuksi viedään kantaohjaus kytkettävän kommutointisolun

toisellekin kytkimelle 2b, jotta mahdollistetaan tehon kaksisuuntainen virtaus. Kytkentöjen välinen viive riippuu käytettävän kytkintyypin ominaisuuksista. Tällä menetelmällä pystytään kytkemään virta kommutointisolulta toiselle luotettavasti aiheuttamatta vaiheiden välistä oikosulkua tai irrottamatta lähteviä vaiheita kokonaan syöttävästä verkosta. Tällä menetelmällä on myös se etu, että kytkinten kytkentähäviöt pienenevät, koska puolet kommutointiprosessista tapahtuu pehmeää kytkentää soveltamalla (kytkimet 2a ja 2b). Pehmeä kytkentä tarkoittaa sitä, että kytkin kytketään hetkellä, jolloin sen läpi ei kulje virtaa tai yli vaikuta jännitettä.

Matriisikonvertterin etuja ja haittoja on koottu lopuksi taulukkoon 6.5.

Tautukko 0.5 Mautisikonvetuetini hantoja ja hyötyja			
Hyödyt			
• Pieni koko			
• Ei tarvitse tilaavievää DC-välipiiriä			
<ul> <li>nelikvadranttikäyttö</li> </ul>			
• korkea hyötysuhde (~ 0.98 täydellä kuormalla)			

Taulukko 6.5 Matriisikonvertterin haittoja ja hyötyjä

## 6.5 Taajuudenmuuttajan rakenne ja liitännät

Olemme edellä tarkastelleet joitakin kiertokenttäkoneinverttereitä. Nämä invertterisillat liittyvät aina taajuudenmuuttajakokonaisuuteen. Tarkastellaan vielä hieman, mitä muita rakenteita taajuudenmuuttajiin liittyy kuin invertteripääteaste. Nykyaikainen moottorinohjain perustuu esimerkiksi kuvan 6.43 mukaiselle tietotekniselle ja tehoelektroniselle kokonaisuudelle.



Kuva 6.43 Nykyaikaisen jännitevälipiirillisen moottorinohjausjärjestelmän perusosia. Verkkosiltana toimii pienissä käytöissä usein pelkkä diodisilta, mutta PWM-tekniikkaankin perustuvia aktiivisia verkkosiltoja on jo käytössä. Aktiivisen verkkosillan avulla on mahdollista säätää verkonpuoleista tehokerrointa ja pienentää harmonissisältöä. Sähkömagneettisen yhteensopivuuden kysymykset (EMC) tulevat jatkuvasti entistä enemmän esiin. Jos aktiivinen verkkosilta on käytössä, kuvassa esiintyvää tasavirtakatkojaa ei välipiirissä yleensä tarvita.

Kuvan mukaisesti päävirtapiiri koostuu seuraavista osista:

- 1. Verkkoliittymä
- 2. Verkkosuodin
- 3. Verkkosilta, aktiivinen tai passiivinen
- 4. Välipiiri
- 5. Jarrukatkoja, jos käytössä on passiivinen verkkosilta ja halutaan jarruttaa reippaasti
- 6. Invertteri
- 7. Moottorisuodin
- 8. Moottori

Päävirtapiirin lisäksi tarvitaan ohjaus- ja säätöjärjestelmä, joka liittyy päävirtapiiriin lukuisien, galvaanisesti erotettujen ohjaus- ja mittaussignaalien kautta. Galvaaninen erotus muodostaa tärkeän osan taajuudenmuuttajan rakenteesta. Kaikki mittaussignaalit on luonnollisesti erotettava galvaanisesti päävirtapiiristä. Käytössä on erilaisia tekniikoita kuten optisia erotuksia, induktioon perustuvia galvaanisia erotuksia jne. Virtojen ja jännitteiden mittauksissa käytetään usein Hallilmiöön perustuvia galvaanisesti erottavia mittalaitteita, joiden avulla on mahdollista mitata myös tasavirtaa. Myös vastusmittaukset ovat suosittuja, mutta siinä tapauksessa on erikseen järjestettävä galvaaninen erotus.

Sekä verkkosillan että invertterisillan kytkinkomponenttien ohjaus on myös hoidettava galvaanista erotusta käyttäen. Jokainen transistori tarvitsee emitteripotentiaaliin kiinnitetyn ohjausteholähteen ja jokainen transistorin ohjaussignaali on vietävä hilalle galvaanisesti erotettuna. Tehtävää voidaan hieman helpottaa, mikäli negatiivisen kiskon potentiaaliin liittyvien transistorien ohjausteho syötetään yhdestä lähteestä. Joissain tapauksissa myös koko moottorinohjausjärjestelmä on sijoitettu negatiivisen kiskon potentiaaliin, jolloin vain ylemmän haaran kolme transistoria tarvitsevat galvaanisesti erotetun ohjauksen.

Itse moottorinohjaus on järjestelmän keskeisiä tehtäviä ja vie yleensä suurimman osan prosessorin laskentatehosta. Prosessorin tehtävänä on moottorinohjauksen lisäksi hoitaa käyttöliittymän ohjaus. Laitteisto liittyy myös ylemmän tason loogisiin kenttäväyläjärjestelmiin, joiden kautta ohjataan moottorikäyttöä osana tehdasautomaatiota. Näyttää todennäköiseltä, että moottorinohjaimen mittauskapasiteettia käytetään jatkossa myös laitteistojen kunnonvalvonnassa.

## Viitteitä:

Bolognani, S., Zigliotto, M., 1996. Space vector Fourier analysis of SVM inverters in the overmodulation range. Proceedings of the 1996 *International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems for Industrial Growth*, 1996. Vol. 1, pp. 319-324.

Holtz, J., 1993. On Continuous Control of PWM Inverters in the Overmodulation Range Including the Six-Step Mode. *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol. 8, No. 4, pp. 546-553.

Holtz, J., 1994. Pulsewidth Modulation for Electronic Power Conversion. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 82, No. 8, pp.1194-1214.

Mohan, Undeland, Robbins, Power Electronics: Converters applications and design, New York, John Wiley & Sons, 2<sup>nd</sup> edition, 667 pages

Sarén, H., Analysis ot the Voltage Source Inverter with Small DC-Link Capacitor, dissertation. Lappeenranta, 2005, Lappeenranta University of Technology, Acta Universitatis Lappeenrantaensis 223, ISBN 952-214-118-6, 143 pages.

Peltoniemi, P., Vektorimodulointimenetelmien ja verkkosuotimien vertailu jännitevälipiiriverkkovaihtiosuuntaajassa, diplomityö, Lappeenranta, 2005, LTY Sähkötekniikka, 105 sivua

7.	TAF	ITIKONE	1
	7.1	Tahtikoneen malleja	4
	7.2	Tahtikoneen sijaiskytkennät ja koneen parametrit	11
	7.3	Moottoriparametrien mittaaminen sähkökäytön avulla (DTC-käyttö)	16
	7.4	Elementtimenetelmän käyttö (FEM)	19
	7.5	Tahtikoneen staattori- ja roottorimagnetoinnin välinen suhde ja reduktiokerroin	24
	7.5.1	l Umpinapakone	24
	7.5.2	2 Avonapakone	25
	7.5.3	3 Reduktiokerroin	28
	7.5.4	Reduktio avaruusvektoreita käytettäessä	29
	7.6	Tahtikoneen vektoripiirros	31
	7.7	Tahtikoneen vääntömomentin muodostus	34
	7.8	Sähköisesti magnetoidun avonapaisen tahtikoneen simulointi vakioparametrein	36
	7.9	Tahtikoneen virtayhtälöt	38
	7.10	Tahtikoneen simulointi aikadiskreetissä systeemissä	39

#### 

# 7. TAHTIKONE

Kiertokenttäkoneiden tarkastelu aloitetaan tahtikoneesta, koska se on monipuolisin ja sisältää periaatteessa kaikki epätahtikoneenkin ominaisuudet. Esimerkiksi tahtikoneelle johdettavat sijaiskytkennät vain yksinkertaistuvat siirryttäessä epätahtikoneen tarkasteluun. Tahtikoneita on nykyisin myös hyvin monenlaisia, ja niiden merkitys teollisuuden käyttömoottoreina on lisääntymässä. Sekä kestomagneettitahtikoneet että synkronireluktanssikoneet ovat löytämässä uusia käyttökohteita.

Monivaiheinen tahtikone on kiertokenttäkone, jossa roottori eli napapyörä pyörii tahdissa koneen ankkurikäämityksen synnyttämän pyörivän magneettikentän kanssa koneen ollessa pysyvyystilassa. Tahtikoneen staattori koostuu dynamolevyistä tehdystä levypaketista, joka on kiinnitetty teräsrunkoon. Staattorin levypaketissa on urat staattorikäämitystä varten, joka tehdään yleensä kolmivaiheiseksi. Koneen roottori voidaan toteuttaa usealla tavalla: lieriömäisenä umpinaparoottorina, avonaparoottorina, jossa on erilliset magneettinavat roottorin akselilla, reluktanssiroottorina tai kestomagneettiroottorina, jossa on kestomagneettien avulla synnytetyt magneettinavat. Roottorit voidaan toteuttaa joko levyrakenteisina tai massiivisina. Magnetointi- eli napakäämivirta johdetaan umpinapa- ja avonaparakenteisessa koneessa roottoriin joko liukurenkaiden ja hiiliharjojen kautta, tai koneen akselilla on erillinen magnetointigeneraattori napakäämivirran tuottamiseksi. Jälkimmäisessä tapauksessa on kyse ns. harjattomasta tahtikoneesta. Kestomagneettikoneessa magnetoiminen perustuu kestomagneetteihin, jolloin magnetointi ei ole samalla lailla ohjattavissa, kuten kahdessa muussa tapauksessa. Koneen lopullinen magnetointitila määräytyy syöttävän jännitteen suuruudesta, ja koneen vuohon voidaan tietyissä rajoissa vaikuttaa ankkurireaktiolla eli magnetoimalla konetta staattorivirralla.

Umpinapakoneen roottorissa on urat napakäämiä varten, kuten staattorissa on urat staattorikäämiä varten. Avonapakoneen napakäämi on magneettinapojen rautasydämen ympärillä. Niiden yhdessä muodostama kokonaisuus on kiinnitetty roottorin akselille. Magneettinapojen ulkopinnalla voi olla häkkikääminä toteutettu vaimennuskäämitys. Se koostuu napakengän pinnalla olevista sauvoista, jotka on molemmista päistä yhdistetty oikosulkurenkailla toisiinsa.

Vaimennuskäämejä käytetään tahtikoneissa parantamaan käytön stabiiliutta. Erityisesti verkkokäyttöiset koneet on syytä varustaa vaimennuksella, mutta vaimennuskäämeistä on monesti hyötyä myös säädetyissä tahtikonekäytöissä. Nopeussäädetyissä käytöissä stabiilius on mahdollista saavuttaa ilman vaimennustakin. Vaimennuskäämien vaikutuksesta koneen käämivuo muuttuu

hitaammin, mutta toisaalta staattorivirta nopeammin kuin koneessa, jossa ei ole vaimennuskäämejä. Koska staattorivirtaa voidaan muuttaa lyhyessä ajassa, saadaan myös koneen vääntömomentti muuttumaan nopeasti, eli koneen dynamiikka paranee käytettäessä vaimennusta.





Synkronikoneet muodostavat tärkeän koneluokan AC-koneitten joukossa. Konetyypit voisi luokitella esimerkiksi oheisen kaavion mukaisesti.



Kaavio 4.1 Synkronikoneperhe

Hitaat käytöt ovat usein avonapaisia, jolloin kone on magneettisesti epäsymmetrinen. Suomalainen traditio on ollut rakentaa avonapakoneita sekä moottori- että generaattorikäyttöön. Avonapakoneen jäähdyttäminen on helpompi hallita kuin umpinapakoneen sillä jäähdytysilman kierrolle on luontaisesti runsaasti tilaa. Avonapainen rakenne on myös teknisesti luonteva toteuttaa. Avonapaisuudesta seuraa magneettinen epäsymmetria ja huomattavia vaikeuksia mallittaa konetta. Mm. mallinnukseen liittyvien vaikeuksien johdosta Siemens tekee umpinapaisia koneita hitaisiinkin käyttöihin. Enää ei siis voi jakaa koneita avo- ja umpinapaisiin käyttötarkoituksen perusteella. tahtikoneet ovat kuitenkin säännöllisesti umpinapaisia Nopeakäyntiset ia yleisesti roottorirungoltaan massiivirakenteisia. Mikäli tällainen roottori ei sisällä erillistä vaimennuskäämiä, saadaan taas uusia mallinnusvaikeuksia, kun yritetään mallittaa massiivisen roottorirungon pyörrevirtojen vaimennusvaikutuksia.

Höyryvoimalaitoksissa suurimmat konetehot ovat jopa 1500 MW. Tällaisten koneitten pyörimisnopeus on usein 1000 tai 1500 min<sup>-1</sup>, ja koneet ovat umpinaparakennetta. Tällöin käytetään massiiviroottoria, joka kestää pitkänä ja ohuenakin suurta pyörimisnopeutta niin, ettei kriittisiä nopeuksia välttämättä ylitetä. Varsin usein käytössä on harjaton magnetointiratkaisu. Hyvään dynamiikkaan pyrittäessä käytetään kuitenkin harjallista ratkaisua (mm. Loviisan ydinvoimala).

Vesivoimakoneet ovat tyypillisesti avonapaisia. Maailman suurin vesivoimalaitos sijaitsee Itaipussa Brasialian ja Paraguayn rajalla Paraná-joella. Kokonaisteho on 14000 MW, joka on jaettu 18:lle koneistolle. Voimalassa on 715 MW:n Francis-turbiinit. Putouskorkeus on 196 m, ja vesimäärä turbiinia kohti 700 m<sup>3</sup>/s. Näin suuren vesiturbiinin nimellishyötysuhde on 93.8 %. Avonapakoneitten generaattorihyötysuhde on 98.6 %. Roottorihalkaisija on 16 m ja paino 2650 t. 50 Hz:n koneissa on 66 napaa ja näennäisteho 823.6 MVA (90.9 min<sup>-1</sup>) tehokerroin 0.85. 60 Hz:n koneitten vastaavat tiedot: 78 napaa, 737 MVA (92.3 min<sup>-1</sup>) 0.95. koneitten napajännite on 18 kV.

Dieselgeneraattoreitten tehot vaihteleva muutamasta megawatista muutamaan kymmeneen megawattiin. ABB:n koneet ovat avonapakoneita 4 ... 8 ... 12-napaisia (tyypillisesti suuren koneen maksiminopeus esim. 750 min<sup>-1</sup>, 8 napaa, 50 Hz)

Tahtimoottoreita esiintyy sekä verkkosyöttöisinä että konvertterisyöttöisinä. Hidaskäyntiset koneet ovat monesti avonapaisia. Siemens valmistaa kuitenkin umpinapaisia koneita mm. valssikäyttöihin. Käyttösovellukset vaihtelevat puuhiomoista suuriin pumppuihin ja puhaltimiin. Nopeakäyntiset koneet ovat umpinapaisia, esimerkiksi Norjan maakaasua pumpataan kohti Eurooppaa nopeakäyntisillä LCI-syötetyillä n. 40 MW, 4000 min<sup>-1</sup> umpinapaisilla tahtikoneilla. Suurin tehoelektroniikalla syötetty tahtimoottorikäyttö lienee ABB:n NASA:lle toimittama 101 MW:n LCI-käyttö tuulitunnelia varten.

Moottorin ominaisuuksien kannalta vaimennuskäämitys on keskeinen. Ilman vaimennuskäämitystä verkkokäyttö on mahdoton, sillä vääntöhäiriön tultua vaimentamaton tahtikone värähtelisi jousen lailla verkossa. Monissa vektorisäädetyissä konvertterikäytöissä vaimennuskäämitys ei ole välttämätön, sillä koneen sähkömagneettinen tila voidaan hallita kelvollisesti ilman vaimennustakin. Tosin koneen kyky vastata nopeisiin vääntömomenttiaskeleisiin paranee, mikäli vaimennuskäämitys on käytössä.

Jos vaimennuskäämitys on mitoitettava hyvin suuriresistiiviseksi verkkokäynnistystä silmälläpitäen, saattavat koneen synkronikäyntiominaisuudet vastaavasti heikentyä. Monesti tahtimoottori käynnistetäänkin jonkin apukäytön avulla.

Kaavion 4.1 mukaisesti tahtikoneita esiintyy hyvin monenlaisia. Kaikille niille voidaan kuitenkin esittää sama perusteoria ja siksi seuraavassa tarkastellaan lähinnä monipuolisinta tahtikonetta -

avonapaista tahtikonetta. Avonapaiselle tahtikoneelle esitetyt yhtälöt pätevät kaikille muillekin konetyypeille. Eri koneitten tapauksissa yhtälöistä voidaan jättää sopivasti termejä pois. Kestomagneettitahtikoneella roottorin magnetointivirta voidaan haluttaessa kuvata virtuaalisena magnetointivirtalähteenä.

#### 7.1 Tahtikoneen malleja

Tahtikoneelle käytetään nykyään kaksiakselimallia, joka voidaan johtaa vektoriteorian kautta. Aluksi on tarpeen esitellä mallia varten tarvittavia koordinaatistoja kuvan 7.2 avulla. Käämit on esitetty kuvassa keskitettyinä, eli todellinen käämitys on korvattu tämän magneettiakselille piirretyllä sauvamaisella sijaiskäämillä. Staattorin vaihekäämeihin a, b ja c on kiinnitetty niiden magneettiakselit. Staattorikoordinaatisto on kiinnitetty a-käämin suuntaan ja sitä vastaan kohtisuoraan suuntaan. Tämän kaksivaiheisen staattorikoordinaatiston akseleiden tunnuksina ovat x ja y. Tätä koordinaatistoa kutsutaan staattorikoordinaatistoksi. Roottorin magneettinavan suuntaan ja sitä vastaan kohtisuoraan suuntaan on kiinnitetty kaksivaiheinen roottorikoordinaatisto, jonka akseleiden tunnukset ovat d ja q. Roottori- ja staattorikoordinaatiston välillä on roottorin asentokulman  $\theta_r$  suuruinen kiertymäkulma.



Kuva 7.2 Tahtikoneeseen liittyviä koordinaatistoja: a, b ja c ilmaisevat kolmivaiheisen staattorin vaihekäämien magneettiakseleiden suunnat. xy-koordinaatisto on kaksivaiheinen staattorin a-vaihekäämin ja sitä vastaan kohtisuoraan olevan akselin suuntaan kiinnitetty koordinaatisto. dq-koordinaatisto on kaksivaiheinen roottoriin kiinnitetty koordinaatisto, jonka akselien suunnat ovat magneettinavan suunta ja tätä vastaan kohtisuora suunta. xy- ja dq-koordinaatistojen välillä on roottoriin asentokulman  $\theta_r$  suuruinen kiertymäkulma.

Virtavektorin perusideana on se, että käämivirta määritetään käämin magnetoimisakselin suuntaiseksi vektoriksi. Kuvaan 7.3 on merkitty eri käämien magnetoimisakselien ja virtavektoreiden positiiviset suunnat. Kolmivaiheisessa koneessa käämien magneettiakselien välillä on 120 sähköasteen kulmat. Virtavektori muodostetaan laskemalla geometrisesti yhteen eri vaiheiden osoittimet kuten aikaisemmassa luvussa on todettu. Valitut positiiviset jännitteiden ja virtojen suunnat pätevät moottorikäytössä.



Kuva 7.3 Vaihtovirtakoneen eri vaihekäämien magneettiakselien suunnat, kun käämit esitetään keskitettyinä, sekä näiden perusteella määritellyt eri vaihekäämien virtavektoreiden suunnat.  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  ja  $i_{sc}$  ovat staattorivirrat ja  $u_{sa}$ ,  $u_{sb}$  ja  $u_{sc}$  ovat staattorijännitteet. Kolmivaiheisessa koneessa eri vaiheiden magneettiakseleiden välillä on 120 sähköasteen kulmat.

Nyt voidaan esitellä myös ilmavälikäämivuovektoriin kiinnitetty käämivuokoordinaatisto kuvan 7.4 avulla. Koordinaatiston akselit ovat käämivuoakseli  $\psi$  ja vääntömomenttiakseli T.



Kuva 7.4 Roottoriin kiinnitetty dq-koordinaatisto, ilmavälikäämivuohon kiinnitetty  $\psi$ T-koordinaatisto ja staattoriin kiinnitetty xy-koordinaatisto. dq- ja  $\psi$ T-koordinaatistojen välinen kiertymäkulma on ilmavälikäämivuon napakulma  $\delta_m$ . dq- ja ab-koordinaatistojen välinen kiertymäkulma on roottorin asentokulma  $\theta_r$ .  $\psi$ T- ja xy-koordinaatistojen välinen kiertymäkulma  $\delta_m$  on ilmavälikäämivuovektorin asentokulma xy-koordinaatistossa.

Tahtikoneen tapauksessa on erittäin tärkeää toimia roottoriin sidotussa koordinaatistossa. Tätä havainnollistaa kuva 7.5, jossa nähdään staattorista mitatun magnetoimisinduktanssin käyttäytyminen roottoriasennosta riippuen. Jos pysytään kiinteässä staattorikoordinaatistossa, magnetoimisinduktanssi vaihtelee, mikä hankaloittaa yhtälöiden kirjoittamista merkittävästi.  $dL_m/dt$  termi on otettava huomioon staattorin jänniteyhtälössä.

7.5



Kuva 7.5 Magnetoimisinduktanssin käytös roottoriasennon funktiona. Jos mitataan induktanssia pitkittäisakselin kohdalla saadaan pitkittäinen magnetoimisinduktanssi  $L_{md}$  ja poikittaisakselin suunnalla  $L_{mq}$ .

Induktanssivaihtelun mallinnuksesta roottoriasennon funktiona päästään eroon siirryttäessä roottorikoordinaatistoon. Yhtälö (7.1) on esitetty kiinteässä staattoriin sidotussa koordinaatistossa. Tahtikoneen toimintaa laskettaessa on edullista valita koordinaatisto, jossa yhtälöt tulevat mahdollisimman yksinkertaisiksi. Muunnettaessa staattorikoordinaatistossa esitetty vektori joko roottorin dq-koordinaatistoon, joka pyörii mukana roottoriin kiinnitettynä, tai sitten  $\psi$ T-käämivuo-koordinaatistoon, joka on kiinnitetty ilmavälikäämivuovektoriin, on vektoria kierrettävä kummassakin tapauksessa pyörivän koordinaatiston kiinteässä koordinaatistossa ilmaistun asentokulman verran. Kuva 7.6 esittää vektorin muuttuvat komponentit tehtäessä koordinaatisto-muunnos. Käytetyt koordinaatistot ovat tässä nyt staattoriin kiinnitetty suorakulmainen xy-koordinaatisto eli lyhyesti staattorikoordinaatisto ja roottoriin kiinnitetty suorakulmainen dq-koordinaatisto eli roottorikoordinaatisto.



Kuva 7.6 Virtavektorin komponentit eri koordinaatistoissa. xy-koordinaatisto on staattoriin sidottu kiinteä koordinaatisto eli staattorikoordinaatisto. dq-koordinaatisto eli roottorikoordinaatisto on roottoriin kiinnitetty koordinaatisto, jonka d-akselin suunta on roottorin magneettinavan suuntainen.  $i_s$  on staattorivirtavektori,  $i_{sx}$  ja  $i_{sy}$  ovat sen komponentit staattorikoordinaatistossa ja  $i_{sd}$  ja  $i_{sq}$  komponentit roottorikoordinaatistossa.  $\theta_r$  on roottorin asentokulma,  $\alpha_1$  ja  $\alpha_2$  ovat staattorivirtavektorin kulmat staattori- ja roottorikoordinaatistossa.

Koneen staattorin jänniteyhtälö omassa koordinaatistossaan kerrataan tässä

$$\boldsymbol{u}_{s}^{s} = \boldsymbol{R}_{s} \cdot \boldsymbol{i}_{s}^{s} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{s}^{s}}{\mathrm{d}t}.$$
(7.1)

Staattorivirtavektori

$$\mathbf{i}_{\rm s}^{\rm s} = i \,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha_{\rm l}}\,,\tag{7.2}$$

jossa *i* on vektorin itseisarvo eli sen pituus ja  $\alpha_1$  sen kulma staattorikoordinaatistossa. Koska tahtikoneen roottori on sekä magneettisesti että sähköisesti epäsymmetrinen, on koneen yhtälöt edullista esitellä roottorikoordinaatistossa. Siirretään aluksi staattorivirta roottorikoordinaatistoon

$$i_{s}^{r} = i e^{j\alpha_{2}} = i e^{j(\alpha_{1} - \theta_{r})}.$$
 (7.3)

Tässä  $\alpha_2$  on vektorin kulma roottorikoordinaatistossa ja  $\theta_r$  roottorin asentokulma staattorikoordinaatistossa. Yläindeksi r tarkoittaa roottorikoordinaatistoa.

Yhtälön (7.1) muuntamiseksi roottorikoordinaatistoon sijoitetaan siihen siis  $\mathbf{i}_{s}^{s} = \mathbf{i}_{s}^{r} e^{j\theta_{r}}$ ,  $\mathbf{u}_{s}^{s} = \mathbf{u}_{s}^{r} e^{j\theta_{r}}$ ,  $\mathbf{\psi}_{s}^{s} = \mathbf{\psi}_{s}^{r} e^{j\theta_{r}}$ . Näin saadaan

$$\boldsymbol{u}_{s}^{r} e^{j\theta_{r}} = R_{s} \cdot \boldsymbol{i}_{s}^{r} e^{j\theta_{r}} + \frac{d(\boldsymbol{\psi}_{s}^{r} e^{j\theta_{r}})}{dt}, \qquad (7.6)$$

$$\boldsymbol{u}_{s}^{r} e^{j\theta_{r}} = R_{s} \cdot \boldsymbol{i}_{s}^{r} e^{j\theta_{r}} + \frac{d\boldsymbol{\psi}_{s}^{r}}{dt} e^{j\theta_{r}} + j \frac{d\theta_{r}}{dt} \boldsymbol{\psi}_{s}^{r} e^{j\theta_{r}}.$$
(7.7)

Lopuksi jaetaan vielä puolittain termillä  $e^{j\theta_r}$  ja saadaan:

$$\boldsymbol{u}_{s}^{r} = \boldsymbol{R}_{s} \cdot \boldsymbol{i}_{s}^{r} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{s}^{r}}{\mathrm{d}t} + j\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{r}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_{s}^{r}.$$
(7.8)

Nyt voidaan tulkita, että ensimmäinen derivaattatermi on käämivuon itseisarvon muuttumisesta syntyvä jännite eli induktiojännite ja jälkimmäinen on pyörimisliikkeestä aiheutuva liikejännite.

Yhtälön (7.8) mukainen vektorimalli on kompleksinen yksiakselimalli eikä siksi pysty ottamaan helpolla tavalla huomioon avonapakoneen magneettista epäsymmetriaa. Siksi suureet on käytännöllisintä jakaa kahdeksi komponentiksi koneen magneettiakseleille. Tällöin mallia kutsutaan kaksiakselimalliksi. Malli esitetään roottorikoordinaatistossa, koska silloin käämivuoyhtälöiden induktanssiparametrit eivät riipu roottorin asentokulmasta. Tähän tulokseen päästään myös tarkastelemalla koneen rakennetta. Kuvissa 7.7-7.9 esitetään eri tapauksissa kaikki käämit keskitettyinä eli käämin magneettiakselille piirretään sijaiskäämi, jonka vaikutus on sama kuin todellisen käämin, koska näin käämien magneettiakselit ovat selvästi nähtävissä.

Aluksi staattorissa on normaali kolmivaiheinen käämitys, kuva 7.7. Roottorin magneettinavan magnetointiakselin suuntaa eli pitkittäistä suuntaa kutsutaan d-akseliksi. d-akselia vastaan kohtisuoraan olevaa suuntaa sanotaan poikittaiseksi suunnaksi tai q-akseliksi. Napakäämi magnetoi d-akselin suuntaan. Vaimennuskäämi kuvataan kahdella oikosuljetulla sijaiskäämillä, joista toinen magnetoi napakäämin kanssa d-akselin suuntaan ja toinen q-akselin suuntaan. Vaimennuskäämin

sijaiskytkennän käämejä merkitään D- ja Q-vaimennuskäämeiksi. Roottorin d-akselin ja a-vaihekäämin suunnan välinen kulma  $\theta_r$  on roottorin asentokulma staattoriin nähden.

Kuva 7.7 Tahtikoneen esitystapa, jossa kolmivaiheinen staattorikäämitys on kuvattu kolmella keskitetyllä vaihekäämillä. Roottorissa on napakäämi ja vaimennuskäämin kaksi sijaiskäämiä.  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  ja  $i_{sc}$  ovat staattorivirrat, ja  $u_{sa}$ ,  $u_{sb}$  ja  $u_{sc}$  ovat staattorijännitteet.  $i_D$  ja  $i_Q$  ovat vaimennuskäämivirrat.  $i_F$  ja  $u_F$  ovat napakäämivirta ja jännite.  $\theta_F$  on roottorin asentokulma. abc-akselit ja xy-koordinaatistot on kiinnitetty staattoriin ja dqkoordinaatisto roottoriin.



Kolmivaiheisen staattorikäämityksen synnyttämä pyörivä magneettikenttä saadaan syntymään myös kaksivaiheisella käämityksellä, jossa käämien magneettiakselit muodostavat keskenään suoran kulman kuvan 7.8 mukaisesti. Kolmivaiheisen käämityksen käämien ja niiden magneettiakselien suunnilla olevien koordinaattiakselien tunnukset ovat a, b ja c. Kaksivaiheisessa tapauksessa käytetään tunnuksina kirjaimia x ja y.

Kuva 7.8 Tahtikoneen esitystapa, jossa staattorin kolmivaiheinen käämitys on korvattu kaksivaiheisella paikallaan pysyvällä käämityksellä. Roottorissa on napakäämi ja vaimennuskäämin kaksi sijaiskäämiä.  $i_{sx}$  ja  $i_{sy}$  ovat staattorivirrat, ja  $u_{sx}$  ja  $u_{sy}$  ovat staattorijännitteet.  $i_D$  ja  $i_Q$  ovat vaimennuskäämivirrat.  $i_F$  ja  $u_F$  ovat napakäämivirta ja jännite.  $\theta_{\rm r}$  on roottorin asentokulma.



Roottorin pyöriessä muuttuu staattorin ja roottorin käämien välinen magneettinen kytkentä, mikä merkitsee käytännössä sitä, että käämivuoyhtälöissä induktanssikertoimet riippuvat roottorin asentokulmasta  $\theta_r$ . Induktanssikertoimien asentokulmariippuvuuden poistamiseksi korvataan kaksivaiheinen staattoriin kiinnitetty käämitys kuvitellulla roottorin mukana pyörivällä kaksivaiheisella käämityksellä kuvan 7.9 mukaisesti. Tämän käämityksen d-käämin suunta yhtyy roottorin d-akselin suuntaan, ja q-käämin suunta on tätä vastaan kohtisuorassa eli q-akselilla. Roottorin mukana pyörivästä dq-koordinaatistosta on toinenkin etu: koska pysyvyystilassa roottori pyörii

magneettikentän kanssa samalla nopeudella, pysyvät vektorit dq-koordinaatistossa paikoillaan, kun taas vektorit pyörivät tahtinopeudella xy-koordinaatistossa.



Kuva 7.9 Tahtikoneen esitystapa, jossa staattorin kolmivaiheinen käämitys on korvattu kaksivaiheisella pyörivällä käämityksellä. Roottorissa on napakäämi ja vaimennuskäämin kaksi sijaiskäämiä.  $i_{sd}$  ja  $i_{sq}$  ovat staattorivirrat, ja  $u_{sd}$  ja  $u_{sq}$  ovat staattorijännitteet.  $i_D$  ja  $i_Q$  ovat vaimennuskäämivirrat.  $i_F$  ja  $u_F$  ovat napakäämivirta ja -jännite.  $\theta_r$  on roottorin asentokulma.

Roottorikoordinaatistossa esitetyille ja staattoriin redusoiduille resistansseille ja induktansseille käytetään seuraavia symboleita:

-	$L_{d}$	pitkittäinen tahti-induktanssi
-	$L_{q}$	poikittainen tahti-induktanssi
-	$L_{\rm md}$	pitkittäinen magnetointi-induktanssi
-	$L_{mq}$	poikittainen magnetointi-induktanssi
-	$L_{s\sigma}$	staattorin hajainduktanssi
-	$L_{ m F}$	napakäämin kokonaisinduktanssi
-	$L_{ m F\sigma}$	napakäämin hajainduktanssi
-	$L_{ m dF}$	pitkittäisakselilla olevan staattorin sijaiskäämin ja
		napakäämin välinen keskinäisinduktanssi (käytännössä) $L_{md}$ )
-	$L_{dD}$	pitkittäisakselilla olevan staattorin sijaiskäämin ja
		vaimennuskäämin pitkittäisen sijaiskäämin välinen
		keskinäisinduktanssi
-	$L_{qQ}$	poikittaisakselilla olevan staattorin sijaiskäämin ja
		vaimennuskäämin poikittaisen sijaiskäämin välinen
		keskinäisinduktanssi (käytännössä $L_{mq}$ )
-	$L_{\rm D}$	pitkittäisen vaimennuskäämin kokonaisinduktanssi
-	$L_{\mathrm{D}\sigma}$	pitkittäisen vaimennuskäämin hajainduktanssi
-	$L_{\rm Q}$	poikittaisen vaimennuskäämin kokonaisinduktanssi
-	$L_{Q\sigma}$	poikittaisen vaimennuskäämin hajainduktanssi
-	$R_{\rm s}$	staattoriresistanssi
-	$R_{ m F}$	napakäämin resistanssi
-	$R_{ m D}$	pitkittäisen vaimennuskäämin resistanssi
-	$R_{ m Q}$	poikittaisen vaimennuskäämin resistanssi
	-	

Joskus käytetään vielä hieman keinotekoiselta vaikuttavaa Canayn induktanssia, joka voi saada jopa negatiivisia arvoja. Se pitää siten tulkita mallin virheitä korjaavaksi tekijäksi, joka voidaan myös monissa tapauksissa jättää kokonaan pois.

-  $L_{k\sigma}$  napakäämin ja pitkittäisen vaimennuskäämin välinen keskinäishajainduktanssi eli Canayn induktanssi

Lähestytään seuraavaksi samaa tilannetta vielä vektorimallin kautta. Tahtikoneen jänniteyhtälöksi roottorikoordinaatistossa oli saatu:

$$\boldsymbol{u}_{s}^{r} = R_{s}\boldsymbol{i}_{s}^{r} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{s}^{r}}{\mathrm{d}t} + j\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_{r}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_{s}^{r}.$$
(7.9)

Jaetaan virta-, jännite- ja käämivuovektorit reaali- ja imaginaariosiinsa roottorikoordinaatiston d- ja q-akseleille. Saadaan:

$$\boldsymbol{u}_{s}^{r} = \boldsymbol{u}_{d} + j\boldsymbol{u}_{q}; \ \boldsymbol{i}_{s}^{r} = \boldsymbol{i}_{d} + j\boldsymbol{i}_{q}; \ \boldsymbol{\psi}_{s}^{r} = \boldsymbol{\psi}_{d} + j\boldsymbol{\psi}_{q};$$
(7.10)

Jänniteyhtälön reaali- ja imaginaariosien yhtälöt:

$$u_{\rm d} = R_{\rm s} i_{\rm d} + \frac{\mathrm{d}\psi_{\rm d}}{\mathrm{d}t} - \omega\psi_{\rm q} \,, \tag{7.11}$$

$$u_{q} = R_{s}i_{q} + \frac{d\psi_{q}}{dt} + \omega\psi_{d}.$$
(7.12)

Roottoripiirien staattoriin redusoiduiksi jänniteyhtälöiksi saadaan:

$$u_{\rm F} = R_{\rm F} \dot{i}_{\rm F} + \frac{\mathrm{d}\psi_{\rm F}}{\mathrm{d}t}, \qquad (7.13)$$

$$0 = R_{\rm D}i_{\rm D} + \frac{\mathrm{d}\psi_{\rm D}}{\mathrm{d}t},\tag{7.14}$$

$$0 = R_{\rm Q}i_{\rm Q} + \frac{\mathrm{d}\psi_{\rm Q}}{\mathrm{d}t}.$$
(7.15)

Tahtikoneen mallin induktanssit määritellään roottorikoordinaatistossa:

$$\begin{aligned} & L_{\rm d} = L_{\rm md} + L_{\rm s\sigma} , & (7.16) \\ & L_{\rm q} = L_{\rm mq} + L_{\rm s\sigma} , & (7.17) \\ & L_{\rm F} = L_{\rm md} + L_{\rm F\sigma} + L_{\rm k\sigma} , & (7.18) \\ & L_{\rm D} = L_{\rm md} + L_{\rm k\sigma} + L_{\rm D\sigma} , & (7.19) \\ & L_{\rm Q} = L_{\rm mq} + L_{\rm Q\sigma} . & (7.20) \end{aligned}$$

Staattorikäämivoille ja muille käämivoille esitetään kirjallisuudessa seuraavat staattoriin redusoitujen induktanssien ja virtojen avulla kirjoitetut yhtälöt.

$$\Psi_{\rm d} = L_{\rm d} i_{\rm d} + L_{\rm dF} i_{\rm F} + L_{\rm dD} i_{\rm D}, \qquad (7.21)$$

$$\psi_{q} = L_{q}i_{q} + L_{qQ}i_{Q}, \qquad (7.22)$$

$$\psi_{\rm F} = L_{\rm dF} i_{\rm d} + L_{\rm F} i_{\rm F} + L_{\rm FD} i_{\rm D}, \qquad (7.23)$$

$$\psi_{\rm D} = L_{\rm dD} i_{\rm d} + L_{\rm FD} i_{\rm F} + L_{\rm D} i_{\rm D} , \qquad (7.24)$$
  
$$\psi_{\rm Q} = L_{\rm qQ} i_{\rm q} + L_{\rm Q} i_{\rm Q} . \qquad (7.25)$$

Perinteisessä kaksiakselimallissa oletetaan, että staattori- eli ankkuripiiri, vaimennuskäämit ja napakäämi ovat magneettisesti toisiinsa kytkettyjä vain magnetointi-induktanssien  $L_{md}$  ja  $L_{mq}$ kautta. Mittauksissa on kuitenkin todettu, että muutostilanteissa napakäämivirran vaihtokomponentti voi olla kolminkertainen laskettuun arvoon verrattuna. Siksi malliin on lisätty Canayn induktanssiksi  $L_{k\sigma}$  kutsuttu parametri, sillä perinteinen kaksiakselimalli kuvaa vain ankkuripiirin oikein. Canayn induktanssilla otetaan huomioon vaimennuskäämin ja napakäämin magneettisen kytkennän poikkeaminen pitkittäisestä magnetointi-induktanssista. Näin saadaan eri keskinäisinduktansseille:

$$L_{dD} = L_{dF} = L_{md} ,$$

$$L_{FD} = L_{md} + L_{k\sigma} ,$$

$$L_{qQ} = L_{mq} .$$
(7.26)
(7.27)
(7.28)

Tehtyjen oletusten jälkeen käämivoiden yhtälöt tulevat roottorikoordinaatistossa muotoon:

Staattorikäämivuolle:

$$\Psi_{d} = L_{md}(i_{d} + i_{F} + i_{D}) + L_{so}i_{d}, \qquad (7.29)$$

$$\Psi_{d} = L_{md}(i_{d} + i_{F} + i_{D}) + L_{so}i_{d}, \qquad (7.29)$$

$$\psi_{q} = L_{mq}(l_{q} + l_{Q}) + L_{s\sigma}l_{q}.$$
(7.30)

Napakäämivuolle:

$$\Psi_{\rm F} = L_{\rm md} i_{\rm d} + L_{\rm F} i_{\rm F} + (L_{\rm md} + L_{\rm k\sigma}) i_{\rm D} \,. \tag{7.31}$$

Vaimennuskäämivoille:

$$\psi_{\rm D} = L_{\rm md} i_{\rm d} + (L_{\rm md} + L_{\rm k\sigma}) i_{\rm F} + L_{\rm D} i_{\rm D} \,. \tag{7.32}$$

$$\psi_{\mathbf{Q}} = L_{\mathbf{mq}}i_{\mathbf{q}} + L_{\mathbf{Q}}i_{\mathbf{Q}} \,. \tag{7.33}$$

## 7.2 Tahtikoneen sijaiskytkennät ja koneen parametrit

Tahtikoneelle voidaan esittää kuvien 7.10...11 sijaiskytkennät roottorikoordinaatistossa, koska siinä käämivuoyhtälöiden induktanssikertoimet eivät enää riipu roottorin asennosta ja ovat siten vakioita. Sijaiskytkennät esitetään erikseen d- ja q-suunnalle, koska avonapakone on magneettisesti epäsymmetrinen. Vaikka umpinapakone on periaatteessa magneettisesti symmetrinen, esiintyy siinäkin niin paljon epäsymmetriaa, että myös siitä on syytä käyttää kaksiakselimallia. Lisäksi magnetointikäämi esiintyy yleensä yksivaiheisena, joten senkin vuoksi on syytä käyttää kaksiakselimallia. Ainoastaan liukurengasepätahtikone, jota voi käyttää myös tahtikoneena syöttämällä roottoriin tasavirtaa, on periaatteessa magneettisesti täysin symmetrinen eikä siis välttämättä tarvitse roottoriin sidottua kaksiakselimallia.



Kuva 7.10 Tahtikoneen sijaiskytkentä d-suuntaan.  $i_d$  ja  $u_d$  ovat staattorivirran ja -jännitteen pitkittäiset komponentit.  $\psi_q$  ja  $\psi_q$  ovat staattorikäämivuon pitkittäinen ja poikittainen komponentti.  $i_D$  on pitkittäisen vaimennuskäämin virta.  $i_F$  on napakäämivirta.  $R_s$  on staattoriresistanssi,  $R_D$  on pitkittäisen vaimennuskäämin resistanssi ja  $R_F$  napakäämin resistanssi.  $L_{s\sigma}$  on staattorin hajainduktanssi,  $L_{md}$  on pitkittäinen magnetointi-induktanssi,  $L_{k\sigma}$  on Canayn induktanssi,  $L_{D\sigma}$  on pitkittäisen vaimennuskäämin hajainduktanssi ja  $L_{F\sigma}$  on napakäämin hajainduktanssi.  $u_F$  on napakäämin hajainduktanssi ja  $L_{F\sigma}$  on napakäämin hajainduktanssi.  $u_F$  on napakäämin hajainduktanssi ja  $L_{F\sigma}$  on napakäämin hajainduktanssi.  $u_F$  on napakäämin hajainduktanssi ja  $L_{F\sigma}$  on napakäämin hajainduktanssi.  $u_F$  on napakäämin hajainduktanssi ja  $L_{F\sigma}$  on napakäämin hajainduktanssi.  $u_F$  on napakäämin hajainduktanssi ja  $L_{F\sigma}$  on napakäämin hajainduktanssi.  $u_F$  on napakäämin hajainduktanssi ja  $L_{F\sigma}$  on napakäämin hajainduktanssi hajainduktanssi



Kuva 7.11 Tahtikoneen sijaiskytkentä q-suuntaan.  $i_q$  ja  $u_q$  ovat staattorivirran ja -jännitteen poikittaiset komponentit.  $\psi_q$  ja  $\psi_q$  ovat staattorikäämivuon pitkittäinen ja poikittainen komponentti.  $i_Q$  on poikittainen vaimennuskäämin virta.  $R_s$  on staattoriresistanssi,  $R_Q$  on poikittaisen vaimennuskäämin resistanssi.  $L_{s\sigma}$  on staattorin hajainduktanssi,  $L_{mq}$  on pitkittäinen magnetointi-induktanssi,  $L_{Q\sigma}$  on pitkittäisen vaimennuskäämin hajainduktanssi

Tavallisesti tahtikoneen parametrit saadaan valmistajalta sekä käyttäjän suorittamin mittauksin. Koneille ilmoitettavat parametrit ovat vaikeasti sovellettavissa koneitten sijaiskytkentöjen laadintaan, sillä yleensä perinteisin menetelmin määritetyt parametrit edustavat koneen erilaisia magneettisia tiloja. Esimerkiksi pitkittäisen tahti-induktanssin määrittäminen suoritetaan tyhjäkäynnissä. Transientti- ja subtransientti-induktanssit määritetään oikosulkukokein. Poikittainen tahti-induktanssi ja poikittaiset transientti-induktanssit määritellään erilaisin keinoin eri kuormitustiloissa. Tästä on seurauksena, että koneelle määritellyt parametrit eivät ole päteviä samanaikaisesti, vaan edustavat kaikki erilaisia koneen magneettitiloja. Suunnitteluohjelmissaan valmistajat soveltavat omia kokemusperäisiä kertoimiaan. Taajuudenmuuttajatekniikka tarjoaa omat mahdollisuutensa koneen parametrien määrittämiseen. Parametreja voidaan päivittää on-line-tyyppisesti sekä määrittää käytön aloittamisen yhteydessä ns. identifiointiajolla.

Tarkastellaan seuraavassa tahtikoneitten perinteisiä parametreja ja aikavakioita sekä niitten määrittämistä. Kuvan 7.12 koneparametrit perustuvat kolmivaiheisten oikosulkukokeitten tuloksiin. Yleensä oletetaan, että koneen pitkittäisakselilla olevien käämitysten väliset keskinäisinduktanssit ovat samat ja pitkittäisen magnetointi-induktanssin suuruiset  $L_{dF} = L_{dD} = L_{FD} = L_{md}$ . Kuvan avulla on helppo havaita koneelle valmistajan perinteisesti ilmoittamat parametrit:

• Pitkittäinen tahti-induktanssi on staattorihajaannuksen ja pitkittäisen magnetointi-induktanssin summa

$$L_{\rm d} = L_{\rm md} + L_{\rm s\sigma}$$

• Poikittaiselle tahti-induktanssille pätee vastaavasti  $L_a = L_{ma} + L_{s\sigma}$ 

$$\dot{L}_{\rm d} = L_{\rm s\sigma} + \frac{L_{\rm md}L_{\rm F\sigma}}{L_{\rm md} + L_{\rm F\sigma}}$$
(7.36)

• Pitkittäinen subtransientti-induktanssi *L*<sub>d</sub><sup>"</sup> on staattorihajaannuksen sekä pitkittäisen magnetointiinduktanssin, vaimennushajaannuksen ja magnetointikäämihajaannuksen rinnankytkennän summa

$$L''_{\rm d} = L_{\rm s\sigma} + \frac{L_{\rm md} \frac{L_{\rm D\sigma} L_{\rm F\sigma}}{L_{\rm D\sigma} + L_{\rm F\sigma}}}{L_{\rm md} + \frac{L_{\rm D\sigma} L_{\rm F\sigma}}{L_{\rm D\sigma} + L_{\rm F\sigma}}}$$
(7.37)

• Poikittaisakselilla ei ole magnetointikäämiä, joten siellä poikittainen subtransientti-induktanssi on

$$L''_{q} = L_{s\sigma} + \frac{L_{mq}L_{Q\sigma}}{L_{mq} + L_{Q\sigma}}$$
(7.38)

Kuvasta löydetään vielä vastinkytkennät aikavakioille  $\tau_{d0}^{"}, \tau_{d}^{"}, \tau_{d0}^{'}, \tau_{d}^{"}, \tau_{q0}^{"}$  ja  $\tau_{q}^{"}$ . Aikavakioita nimitetään seuraavasti:

- $\tau'_{d0}$  pitkittäinen subtransienttiaikavakio staattorikäämi avoinna
- $\tau_{d}^{"}$  pitkittäinen subtransienttiaikavakio
- $au_{d0}$  pitkittäinen transienttiaikavakio staattorikäämi avoinna
- $au'_{d}$  pitkittäinen transienttiaikavakio
- $\tau_{q0}^{"}$  poikittainen subtransienttiaikavakio staattorikäämi avoinna
- $\tau_{a}^{"}$  poikittainen subtransienttiaikavakio.

Näitten tietojen avulla koneen parametrit on helppo määrittää ensin käyttöä aloitettaessa. Poikittaisakselin subtransientti-induktanssi määritetään sijaiskytkennän avulla

$$L''_{q} = L_{q} - \frac{L^{2}_{mq}}{L_{Q}},$$
 (7.39)

missä

$$L_{\rm O} = L_{\rm mg} + L_{\rm O\sigma} \,. \tag{7.40}$$

Poikittaisakselin magnetointi-induktanssi  $L_{mq}$  on huomattavasti suurempi kuin vaimennuskäämin hajainduktanssi  $L_{Q\sigma}$ . Suurta virhettä tekemättä voidaan väittää, että  $L_Q \approx L_{mq}$ . Tässä tapauksessa subtransientti-induktanssiksi saadaan

$$L_{q}^{"} = L_{q} - \frac{L_{mq}^{2}}{L_{Q}} \approx L_{s\sigma} + L_{mq} - L_{mq} = L_{s\sigma}$$
 (7.41)

(7.35)



Kuva 7.12 Perinteiset tahtikoneen parametrit ja niitä vastaavat sijaiskytkennät.

Saatua subtransienttiestimaattia voidaan käyttää arvioitaessa staattorihajaannusta.

$$L_{\rm s\sigma} = k_{\rm ls\sigma} \cdot L_{\rm q}^{"}, \tag{7.42}$$

missä kerroin  $k_{ls\sigma}$  vaihtelee tyypillisesti välillä 0.4 ... 0.6. Staattorihajaannuksen tarkka mittaaminen tapahtuu ilman roottoria, joten tällaisen mittauksen tekeminen sähkökäyttöpaikalla ei yleensä ole mahdollista. Siksi on tyydyttävä arvioon. Muut virtamallia varten tarvittavat parametrit saadaan soveltamalla kuvan 7.12 sijaiskytkentöjä. Saadaan

$$L_{\rm s\sigma} = k_{\rm ls\sigma} \cdot L_{\rm q}^{'}, \qquad (7.43)$$

$$\begin{split} &L_{\rm md} = L_{\rm d} - L_{\rm s\sigma} ,\\ &L_{\rm mq} = L_{\rm q} - L_{\rm s\sigma} ,\\ &L_{\rm F\sigma} = \frac{L_{\rm d}' L_{\rm md} - L_{\rm s\sigma} L_{\rm md}}{L_{\rm d} - L_{\rm d}'} ,\\ &L_{\rm F\sigma} = \frac{L_{\rm d}' L_{\rm md} - L_{\rm s\sigma} L_{\rm md}}{L_{\rm q} - L_{\rm d}'} ,\\ &L_{\rm Q\sigma} = \frac{L_{\rm mq}^2}{L_{\rm q} - L_{\rm q}'} - L_{\rm mq} ,\\ &L_{\rm D\sigma} = \frac{L_{\rm d}' L_{\rm md} L_{\rm F\sigma} - L_{\rm s\sigma} L_{\rm md} L_{\rm F\sigma}}{L_{\rm s\sigma} L_{\rm F\sigma} + L_{\rm s\sigma} L_{\rm md} + L_{\rm md} L_{\rm F\sigma} - L_{\rm d}'} . \end{split}$$
(7.44)

T

Kun kaikki kaksiakselimallin mukaiset parametrit tunnetaan, vaimennuskäämien resistanssit  $R_{\rm D}$  ja  $R_{\rm O}$  voidaan laskea

$$R_{\rm D} = \frac{\left(L_{\rm D\sigma} + \frac{L_{\rm md}L_{\rm F\sigma}}{L_{\rm md} + L_{\rm F\sigma}}\right)}{\tau_{\rm d}^{"}} \frac{L_{\rm d}^{"}}{L_{\rm d}^{'}}, \qquad (7.45)$$
$$R_{\rm Q} = \frac{\left(L_{\rm Q\sigma} + \frac{L_{\rm mq}L_{\rm s\sigma}}{L_{\rm mq} + L_{\rm s\sigma}}\right)}{\tau_{\rm q}^{"}}$$

Pitkittäis- ja poikittaisakselin vaimennusvirtojen laskemiseksi tarvitaan neljä termiä

$$k_{\text{mod}_{d1}} = \frac{\tau_{\text{D}}}{\tau_{\text{D}} + \tau_{\text{S}}}, \qquad k_{\text{mod}_{d2}} = \frac{L_{\text{md}}}{L_{\text{md}} + L_{\text{D}\sigma}},$$

$$k_{\text{mod}_{q1}} = \frac{\tau_{\text{Q}}}{\tau_{\text{Q}} + \tau_{\text{S}}}, \qquad k_{\text{mod}_{q2}} = \frac{L_{\text{mq}}}{L_{\text{mq}} + L_{\text{Q}\sigma}}.$$
(7.46)

Käyttäen yhtälöitä (7.44)...(7.46) virtamalli voidaan määrittää. Kuinka hyvin tässä tehtävässä onnistutaan riippuu perinteisten moottoriparametrien tarkkuudesta. Tarkastellaan seuraavassa hieman, miten parametrit voidaan löytää.

Tahtikoneitten laboratoriomittaustekniikka on määritetty standardeissa IEC 34-4 " Methods for determining synchronous machine quantities from tests" ja IEEE Std 115-1983 "Test procedures for synchronous machines". Mittaukset koostuvat DC resistanssimittauksesta, tyhjäkäyntimittauksesta, oikosulkumittauksesta, jättämätestistä, magnetointikäämin oikosulkukokeesta kolmivaiheisesta oikosulkukokeesta ja V-käyrien mittaamisesta. Oheiseen taulukkoon on koottu näillä mittauksilla saatu tieto LTY:n laboratorion koemoottorista.

Taulukko 4.1: Koemoottorin standardimittauksin määritellyt parametrit. Koekone: 14.5 kVA, 400V/21A, 50Hz/1500 rpm.

Parametri	arvo	huom!
suhteellinen staattori resistanssi $r_{\rm s}$	0.048	
suhteellinen magnetointikäämin resistanssi r <sub>F</sub>	0.0083*	*staattorin jänniteportaassa
reduktiokerroin $k_{\rm ri}$	4	
suhteellinen pitkittäinen tahti-induktanssi <i>l</i> <sub>d</sub>	1.19	
suhteellinen poikittainen tahti-induktanssi l <sub>q</sub>	0.56	
suhteellinen pitkittäinen transientti-induktanssi $l_{d}$	0.33	
suhteellinen pitkittäinen subtransientti-induktanssi l <sub>d</sub>	0.105	

suhteellinen poikittainen subtransientti-induktanssi $l_q$	-*	* ei voi mitata
magnetointikäämin aikavakio $ au_{do}$	0.236 s	
pitkittäisakselin transienttiaikavakio $ au_{d}$	0.054 s	
pitkittäisakselin subtransienttiaikavakio $ au_{d}$	0.024 s	
poikittaisakselin subtransienttiaikavakio $ au_q$	-*	* ei voi mitata

Valmistajan ilmoittamat arvot, jotka perustunevat laskentaohjelmaan ovat vastaavasti:

Taulukko 4.2 Valmistajan innoluanat mootomparametrit. 14.5 KVA, 400 V/21A, 50112/1500 ipin.			
Parametri	arvo	huom!	
suhteellinen staattori resistanssi $r_{\rm s}$	0.048		
suhteellinen magnetointikäämin resistanssi $r_{\rm F}$	0.00793*	*staattorin jänniteportaassa	
reduktiokerroin k <sub>ri</sub>	4.63		
suhteellinen pitkittäinen tahti-induktanssi <i>l</i> <sub>d</sub>	1.196		
suhteellinen poikittainen tahti-induktanssi $l_q$	0.475		
suhteellinen pitkittäinen transientti-induktanssi $l_d$	0.129		
suhteellinen pitkittäinen subtransientti-induktanssi $l_d$	0.09		
suhteellinen poikittainen subtransientti-induktanssi $l_q$	0.109		
magnetointikäämin aikavakio $ au_{do}$	0.284 s		
pitkittäisakselin transienttiaikavakio $ au_{d}$	0.031 s		
pitkittäisakselin subtransienttiaikavakio $ au_{d}$	0.006 s		
poikittaisakselin subtransienttiaikavakio $\tau_{q}$	0.008 s		

Taulukko 4.2 Valmistajan ilmoittamat moottoriparametrit: 14.5 kVA, 400V/21A, 50Hz/1500 rpm.

#### 7.3 Moottoriparametrien mittaaminen sähkökäytön avulla (DTC-käyttö)

Staattorin DC-resistanssi, pitkittäinen tahti-induktanssi tyhjäkäynnissä eri jännitetasoilla ja subtransientti-induktanssi sekä pitkittäis- että poikittaissuunnassa voidaan mitata taajuudenmuuttajan avulla. Nykyaikainen taajuudenmuuttaja on mittaus- ja laskentakapasiteetiltaan hyvä. Erilaisia käyttöönoton yhteydessä tehtäviä mittauksia voidaankin suorittaa automaattisesti.

Mikäli käyttöä päästään käyttöönoton yhteydessä kuormittamaan ja sitä voidaan ajaa DTC:n tapaan käyttäen sekä virtamallia että jänniteintegraaliin perustuvaa mallia vääntömomentin estimointiin, voidaan virtamallin parametreja päivittää sekä d- että q-akselilla. Virtamallista ja jännitemallista lasketun vääntömomentin pitää antaa sama tulos, joten induktanssiparametrit on valittava siten, että tämä ehto täyttyy.

Transientti-induktanssimittaus on suoraviivainen, ja siinä moottoria syötetään taajuudenmuuttajan antamilla lyhyillä jännitepulsseilla, d $t \ll \tau_{\rm D}$ . Eri suuntien jännitevektoreita lyhytaikaisesti kytkemällä, voidaan saada kohtuullisen hyvä kuva koneen transientti-induktanssista eri suunnissa. Syötettäessä konetta pitkittäisakselin suunnassa pitkittäinen subtransientti-induktanssi voidaan laskea

$$L_{\rm d}^{"} = \frac{u_{\rm sd}dt}{di_{\rm sd}} = \frac{d\psi_{\rm sd}}{di_{\rm sd}} \approx \frac{\Delta\psi_{\rm sd}}{\Delta i_{\rm sd}}.$$
(7.47)

Vastaavasti syötettäessä konetta poikittaisakselin suuntaisella jännitepulssilla d $t \ll \tau_Q$  saadaan poikittainen subtransientti-induktanssi

$$L_{q}^{"} = \frac{u_{sq}dt}{di_{sq}} = \frac{d\psi_{sq}}{di_{sq}} \approx \frac{\Delta\psi_{sq}}{\Delta i_{sq}}.$$
(7.48)



Laboratoriossa koneelle voidaan suorittaa mittauksia myös väliasennoissa ja kuva 7.13 esittääkin erään tahtikoneen subtransientti-induktanssia roottorin kiertymäkulman funktiona

Kuva. 7.13 Suhteellisen subtransientti-induktanssin mittaustulos akselin kiertymäkulman funktiona. Kulma on sähköasteissa.

Huomaa, että subtransientti-induktanssi poikittaissuunnassa on pitkittäissuuntaa suurempi tässä tapauksessa. Ilmeisesti siis vaimennuskäämin vuon roottoriin tunkeutumista estävä toiminta ei poikittaisakselilla ole yhtä tehokas kuin pitkittäisakselilla. Näin lyhyt jännitepulssi generoi suuremman käämivuon roottorin ollessa poikittaisasennossa kuin pitkittäisasennossa.

Moottorin pitkittäinen tahti-induktanssi voidaan myös mitata tyhjäkäynnissä. Mittaus perustuu käämivuohon, joka saadaan integroimalla jännitteistä ja vertaamalla mitattuihin virtoihin. Induktanssimittauksen yhteydessä moottorin nopeuden täytyy olla kohtalainen, jotta mittausepävarmuutta voidaan pienentää. Mittaus on suoritettava vasta, kun kaikki transientit ovat asettuneet, jotta vaimennuskäämivirrat ovat vaimentuneet. Tahti-induktanssin mittaus voidaan suorittaa varioimalla staattorin ja roottorin magnetointivirtaa. Ensimmäinen arvo tahti-induktanssille voidaan saada jättämällä roottorin tasavirta kokonaan pois,  $|\omega \psi_s| \approx |\omega_{i_{s0}} L_s| \approx |u_s|$ . Koneen tyhjäkäyntivirta  $i_{s0}$  on tällöin pääasiassa induktiivista magnetointivirtaa. Roottorivirtaa kasvatettaessa staattorivirta pienenee ja on lopulta täysin resistiivinen. Pieni virta tarvitaan mekaanisten kitkojen voittamiseen.

Poikittaisakselin magnetointi-induktanssin mittaaminen ei ole mahdollista tyhjäkäynnissä. Poikittaisakselin mittaamiseksi konetta on kuormitettava. Magnetointi-induktanssi ja staattorin hajaannus voidaan laskea käyttämällä staattorikäämivuotietoa roottorikoordinaatistossa

$$L_{\rm md} = \frac{\Psi_{\rm sd} - i_{\rm d} \cdot L_{\rm s\sigma}}{i_{\rm d} + i_{\rm F} + i_{\rm D}} \Big|_{(i_{\rm D} \approx 0)}$$

$$L_{\rm mq} = \frac{\Psi_{\rm sq} - i_{\rm q} \cdot L_{\rm s\sigma}}{i_{\rm q} + i_{\rm Q}} \Big|_{(i_{\rm Q} \approx 0)}$$

$$L_{\rm s\sigma} = \frac{\Psi_{\rm sd}}{i_{\rm d}} - L_{\rm md} \Big|_{(i_{\rm F}=0, i_{\rm D} \approx 0)}.$$
(7.49)

Kuva 7.14 esittää mitattuja tyhjäkäyntikyllästyskäyriä pitkittäisakselin suunnassa.



Kuva 7.14 Mitatut tyhjäkäyntikyllästyskäyrät pitkittäiselle magnetointi-induktanssille ja staattorin hajaannukselle.

Kuormitetun koneen induktanssimittaukset tehtiin asettelemalla d-akselin summavirta  $i_{md} = i_d + i_f + i_D$  halutuksi ja vaihtelemalla vääntömomenttia, mikä vaikutti poikittaisakselin summamagnetointivirtaan  $i_{mq} = i_q + i_Q$ . Mittausta toistettiin käämivuovälillä  $\psi_{ref} = 0.3 \dots 1.3$  pu väännön vaihdellessa  $t_{ref} = 0 \dots 2.5$  pu. Jokaisessa mitatussa pisteessä mittaustulos laskettiin invertterin ohjausohjelmassa. Tuloksena saamme pitkittäisen  $L_{md} = f(i_{md}(t), i_{mq}(t))$  ja poikittaisen magnetointi-induktanssin  $L_{mq} = f(i_{md}(t), i_{mq}(t))$   $i_{md}$ :n ja  $i_{mq}$ :n funktiona. Staattorihajaannus oletettiin vakioksi. Mitatut induktanssipinnat esitetään kuvassa 7.15. Kuvasta havaitaan, että poikittaisakselin virta vaikuttaa poikittaisakselin magnetointi-induktanssiin ja päinvastoin. Niin kutsutun ristikkäiskyllästyksen vaikutus on siis hyvin selvästi havaittavissa.



Kuva 7.15 a) Pitkittäisakselin magnetointi-induktanssipinta ja b) Poikittaisakselin magnetointi-induktanssipinta summamagnetointivirtojen funktiona.



Kuvassa 7.16 esitetään vielä samat induktanssipinnat kaksiulotteisina käyrinä.

Kuva 7.16 a) Pitkittäisakselin magnetointi-induktanssi ja b) Poikittaisakselin magnetointi-induktanssi magnetointivirtojen funktiona.

Taulukossa 4.3 esitetään vertailu eri menetelmin saaduista tuloksista. DTC-mittausarvot on valittunimellisestä toimintapisteestä. Erityisesti transienttiarvot eroavat runsaasti eri menetelmien tuloksina.

Taulukko 4.3 mittausmenetelmien vertailu. Kone: 14.5 kVA, 400V/21A, 50Hz/1500 rpm. \*ei mitattu <sup>x</sup> tyhjäkäyntiarvo, <sup>+</sup> mittauspistettä ei määritelty.

Parametri	valmistaja	standardimitt.	DTC mitt.
			[pu]
suhteellinen staattori resistanssi $r_{\rm s}$	0.048	0.048	0.051
suhteellinen magnetointikäämin resistanssi $r_{\rm F}$	0.00793	0.0083	*
reduktiokerroin $k_{\rm ri}$	4.63	4	3.96
suhteellinen pitkittäinen tahti-induktanssi l <sub>d</sub>	1.196 <sup>x</sup>	1.19 <sup>x</sup>	1.066
suhteellinen poikittainen tahti-induktanssi $l_q$	$0.475^{+}$	0.56 <sup>x</sup>	0.439
suhteellinen pitkittäinen transientti-induktanssi $l_{d}$	0.129	0.33	-*
suhteellinen pitkittäinen subtransientti-induktanssi $l_d$	0.09	0.105	0.125
suhteellinen poikittainen subtransientti-induktanssi $l_q$	0.109	-*	0.194
magnetointikäämin aikavakio $ au_{do}$	0.284 s	0.236 s	-*
pitkittäisakselin transienttiaikavakio $ au_{d}$	0.031 s	0.054 s	-*
pitkittäisakselin subtransienttiaikavakio $ au_{d}$	0.006 s	0.024 s	-*
poikittaisakselin subtransienttiaikavakio $ au_{q}$	0.008 s	-*	-*

# 7.4 Elementtimenetelmän käyttö tahtikoneen induktanssien määrittämiseksi (FEM)

Magneettilaskennan keinoin voidaan etsiä edellä nähdyt induktanssipinnat jo koneen suunnittelun yhteydessä. Seuraavassa tarkastellaan FEM-laskennan tuloksia. Magneettilaskennan avulla on helppo etsiä pitkittäisen ja poikittaisen magnetointi-induktanssin kyllästyskäyttäytyminen. Tietyn kuormituspisteen induktanssien määrittäminen on myös mahdollista. Magneettilaskenta on kuitenkin toistaiseksi varsin työlästä ja siksi suuretkaan valmistajat eivät laske elementtimenetelmällä kaikkia valmistamiaan koneita, vaan konelaskennassa käytetään elementtimenetelmää yksinkertaisempia menetelmiä.

Kuva. 7.17 esittää pienen koemoottorin poikkileikkauskuvaa. Koneessa on kolmivaihekäämitys, staattorin uraluku on  $Q_s = 24$ , vakoluku  $q_s = 2$ , staattoripaketin pituus l = 140 mm, staattorin sisähalkaisija  $D_{\delta} = 196$  mm ja staattorikäämin käämikierrosluku uraa kohti  $N'_s = 56$ .

Magnetointikäämi on nelinapainen. Käämikierroksia napaa kohti on  $N_{\rm rp} = 220$ . Pitkittäisakselin magnetointi-induktanssi  $L_{\rm md} = f(i_{\rm F})|_{i_{\rm d}=i_{\rm q}=0}$  lasketaan käyttäen eri roottorivirran arvoja. Laskennassa myös täysin poikittainen magnetointi onnistuu helposti ja  $L_{\rm mq} = f(i_{\rm q})|_{i_{\rm F}=i_{\rm d}=0}$  saadaan näin määrätyksi. Kuormituspisteissä arvot saadaan  $L_{\rm md} = f(i_{\rm d}, i_{\rm f}, i_{\rm q})$  ja  $L_{\rm mq} = f(i_{\rm d}, i_{\rm f}, i_{\rm q})$ 



Kuva 7.17. Tutkittavan tahtikoneen poikkileikkaus ja käämitykset.

FEM-laskennassa varsinkin kaksiulotteisessa tapauksessa käytetään hyväksi vektoripotentiaalia A, jonka määrittely tässä tapauksessa saadaan yhtälöistä  $B = \nabla \times A$  ja  $\nabla \cdot A = 0$ . Kuva 7.18 esittää konetta tyhjäkäynnissä ja kuormitettuna nimellispisteeseen.



Kuva 7.18 Koneen vuokuvaaja tyhjäkäynnissä ja nimellispisteessä. Laskenta MAGNET™-ohjelmistolla

Elementtilaskenta antaa mm. ilmavälivuontiheyden, joka tietysti on ura-aukkojen ja ankkurireaktion vuoksi vääristynyt. Magnetointi-induktanssien laskemiseksi on saadulle käyrälle suoritetta Fourieranalyysi, sillä avaruusvektoriteoria perustuu sinimuotoisuusoletukseen. Kuva 7.19 esittää koneen ilmavälivuontiheysjakaumaa ja sen perusaaltoa tyhjäkäynnissä.



Kuva 7.19 Ilmavälivuontiheys ja sen perusaalto nimellisessä tyhjäkäynnissä.

Induktanssien laskemiseksi etsitään Fourier-analyysin tuloksesta  $\hat{B}_{1\delta}$  ja vaihekulma  $\gamma$ . Ilmavälivuo saadaan nyt lausekkeesta.

$$\hat{\boldsymbol{\varPhi}}_{\mathrm{m}} = \int_{0}^{L'} \int_{\frac{\tau_{\mathrm{p}}}{2}}^{\frac{\tau_{\mathrm{p}}}{3}} \hat{B}_{1\delta} \cos\left(\frac{x}{\tau_{\mathrm{p}}}\pi\right) \mathrm{d}x \mathrm{d}L' = \frac{2}{\pi} \hat{B}_{1\delta} \tau_{\mathrm{p}} L', \qquad (7.50)$$

jossa koneen teholliseksi pituudeksi on otettu  $L' = l + 2\delta$ .  $\delta$  on ilmaväli napakengän keskellä,  $\tau_p = \frac{\pi D}{2p}$  on koneen napajako, D koneen poraus ja p napapariluku. Vaiheen A ilmavälikäämivuo on

nyt

$$\hat{\psi}_{\mathrm{mA}} = \frac{2}{\pi} \hat{B}_{1\delta} \tau_{\mathrm{p}} L' \xi_{\mathrm{fl}} N , \qquad (7.51)$$

 $\xi_{fl}$  on perusaallon käämityskerroin ja N on staattorivaiheen sarjassa oleva käämikierrosluku. B- ja C-vaiheiden käämivuot lasketaan vastaavasti ja löydetään koneen staattorikäämivuovektori

$$\psi_{\rm m} = \frac{2}{3} \left[ \psi_{\rm mA}(t) + \psi_{\rm mB}(t) e^{j\frac{2\pi}{3}} + \psi_{\rm mC}(t) e^{j\frac{4\pi}{3}} \right] = \hat{\psi}_{\rm mA} e^{j\gamma} \,. \tag{7.52}$$

Jaetaan käämivuo pitkittäiseen ja poikittaiseen komponenttiin

$$\psi_{\rm md} = \psi_{\rm m} \cos \gamma 
\psi_{\rm mq} = \psi_{\rm m} \sin \gamma$$
(7.53)

ja lasketaan lopuksi induktanssit

$$L_{\text{md}_{\text{FEM}}} = \frac{\psi_{\text{md}}}{i_{\text{d}} + i_{\text{F}} + i_{\text{D}}} \bigg|_{(i_{\text{D}} = 0)}$$

$$L_{\text{mq}_{\text{FEM}}} = \frac{\psi_{\text{mq}}}{i_{\text{q}} + i_{\text{Q}}} \bigg|_{(i_{\text{Q}} = 0)}$$
(7.54)

Kuva 7.20 esittää vertailua mitattujen ja laskettujen tulosten välillä.



Kuva 7.20 a) Mitattu ja laskettu pitkittäisinduktanssi, kun magnetointia esiintyy vain pitkittäisakselilla b) Laskettu poikittaisinduktanssi.

Kiinnostavimpia ovat FEM-tulokset, jotka koskevat kuormitettua konetta. Kuva 7.21 a esittää pitkittäisakselin induktanssin käyttäytymistä nimellisellä staattorikäämivuolla eri kuormilla ja bkohta esittää poikittaisen induktanssin käyttäytymistä. Tulokset poikkeavat taasen hieman mitatuista tuloksista.



b)

Kuva 7.21 a) Mitattu ja laskettu pitkittäisinduktanssin ja b) poikittaisinduktanssin käytös koneen vääntömomentin muuttuessa välillä 0 ... 250 %.

Ym. esitys osoittaa selkeästi, miten vaikea on saada täysin tarkkoja tuloksia koneesta. Hyvä yhteneväisyys kuitenkin DTC-invertterillä mitattujen ja FEM:llä laskettujen tulosten välillä on havaittavissa. Tästä voidaan päätellä, että nykyaikainen taajuudenmuuttaja pystyy suorittamaan koneelle tarvittavat mittaukset.

## 7.5 Tahtikoneen staattori- ja roottorimagnetoinnin välinen suhde ja reduktiokerroin

## 7.5.1 Umpinapakone

Tarkastellaan aluksi umpinapaista tahtikonetta. Monivaihekäämi kehittää vaiheen käämikierrosmäärästä  $N_1$ , perusaallon käämityskertoimesta  $\xi_1$ , napapariluvusta p ja vaiheluvusta m riippuen kokonaismagnetomotorisen voiman huippuarvon ( $\hat{\Theta}_s$  on aallon amplitudi)

$$2\hat{\Theta}_{s} = m \frac{4}{\pi} \frac{\xi_{l} N_{1}}{2p} \hat{i}_{s}.$$
(7.55)

Kolmivaihekoneella tämä saadaan muotoon

$$2\hat{\Theta}_{s} = 3\frac{4}{\pi}\frac{\xi_{1s}N_{s}}{2p}\hat{i}_{s} = 3\frac{4}{\pi}\frac{\xi_{1s}N_{s}}{2p}\sqrt{2}I_{s} = \frac{6\sqrt{2}}{\pi}\xi_{1s}N_{s}I_{s}.$$
(7.56)

Tahtikoneessa on yksivaiheroottori, johon syötetään tasavirtaa. Kokonaismmv:n perusaallon huippuarvo on tässä tapauksessa

$$2\hat{\Theta}_{\rm r} = \frac{4}{\pi} \xi_{\rm lr} N_{\rm r} I_{\rm rfDC} \,. \tag{7.57}$$

Haluttaessa ilmaista staattorin virta roottorin tasavirran avulla saadaan merkitsemällä mmv:t yhtä suuriksi

$$I_{\rm s} = \frac{\xi_{\rm lr} N_{\rm r} I_{\rm ffDC}}{\xi_{\rm ls} N_{\rm s}} \frac{\pi}{6\sqrt{2}} \frac{4}{\pi} = \frac{2}{3\sqrt{2}} \frac{\xi_{\rm lr} N_{\rm r}}{\xi_{\rm ls} N_{\rm s}} I_{\rm rfDC} \,.$$
(7.58)

Suhde staattorivirran perusaallon ja magnetointitasavirran välillä on siis

$$\frac{I_{\rm s}}{I_{\rm rfDC}} = k_{\rm ri} = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{\xi_{\rm lr} N_{\rm r}}{\xi_{\rm ls} N_{\rm s}}.$$
(7.59)

Tässä on huomattava, että lausekkeiden antamat magnetomotoriset voimat eivät yhtäsuuriksi merkittyinä todellisuudessa anna yhtä suurta vuontiheyttä ilmaväliin, koska käämitysten hajavuot ovat erisuuret ja siten staattorin ja roottorin magnetomotorisista voimista erisuuret osat kohdistuvat ilmaväliin.

Samaan tulokseen päädytään myös ajattelemalla kuvan 7.22 tilanne, jossa yksi staattorivaihe on virraton. Tällöin kahdessa muussa vaiheessa kulkee sinisyötöllä virta

$$i = \frac{\sqrt{3}}{2} I_{\rm s} \sqrt{2} \,. \tag{7.60}$$

Yhteistä magnetomotorista voimaa vastaava vaiheiden hetkellisten virtojen summavirta on siis

$$i_{\rm yht} = 2\frac{\sqrt{3}}{2}I_{\rm s}\sqrt{2}\cos 30^{\circ} = \frac{3}{2}I_{\rm s}\sqrt{2}.$$
(7.61)



Kuva 7.22 Symmetrisen kolmivaihejärjestelmän virtojen tilanne, kun yksi vaihevirta on nollassa.

"Yksivaiheisen" staattorin mmv on tällä hetkellä siis

$$2\hat{\Theta}_{s} = \frac{4}{\pi} \frac{3}{2} I_{s} \sqrt{2} \xi_{1s} N_{s}, \qquad (7.62)$$

ja roottorin sama kuin edellä, joten virtojen suhde toteutuu samoin kuin edellä.

#### 7.5.2 Avonapakone

Tarkastellaan seuraavassa avonapaisen sisänapakoneen kolmea eri ilmaväliä. Napamagnetoinnin kohtaamat ilmavälit muotoillaan tavallisesti napakenkien avulla siten, että pitkittäisakselille saadaan roottorimagnetoinnilla mahdollisimman sinimuotoinen vuontiheysjakauma.

Napakenttä on muotoiltava siten, että kenttäkuvan tiheysviivan pituus on kääntäen verrannollinen sähkökulman cosiniin, kun koordinaatisto asetetaan keskelle napakenkää. Näin muotoillut napakengät synnyttävät ilmaväliin sinimuotoisesti jakautuneen magneettivuontiheyden. Staattorikäämitys rakennetaan siten, että myös sen magnetomotorinen voima jakautuu sinimuotoisesti edettäessä pitkin staattorin pintaa. Myös tämä ilmaväliin jakautunut magnetomotorinen voima luo ilmaväliin vuon. Koska ilmaväli on muotoiltu siten, että napamagnetoinnin synnyttämä vuo on sinimuotoinen, on ilmeistä, että staattorin synnyttämä vuo ei noudata sinimuotoa. Staattorin kolmivaihekäämitys synnyttää oman magnetomotorisen voimansa ja vastaavasti ilmaväliin oman vuontiheyskomponenttinsa. Normaalisti käyvässä koneessa ilmavälin vuontiheys koostuu koneen kaikkien käämitysten luomista vuokomponenteista. Tarkastellaan seuraavaksi, miten staattori magnetoi muotoiltua ilmaväliä.

Oletetaan, että staattorin magnetomotorisen voiman amplitudista osa  $\hat{\Theta}'_{d}$  kohdistuu navan keskiviivalle d. Napajaon alueella vaihtelee siis magneettijännite seuraavasti

$$\hat{\mathcal{O}}_{d}(\theta) = \hat{\mathcal{O}}_{d} \cos \theta \,. \tag{7.63}$$

Tästä kohdasta roottorin pinnalle johtavan kanavan permeanssi d $\Lambda$  on

$$d\Lambda = \mu_0 \frac{dA}{n\Delta\delta} = \mu_0 \frac{DLd\theta\cos\theta}{2p \delta_0'}.$$
(7.64)

Magneettitiheys kohdassa  $\theta$  on siis

Sähkökäytöt, Juha Pyrhönen, LTY Sähkötekniikka

$$B_{\rm d}(\theta) = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}A} = \frac{\mu_0}{\delta_0'} \Theta_{\rm d}' \cos^2\theta \,. \tag{7.65}$$

Staattorivirran mmv:n luoma ilmavälin vuontiheysosuus on siis verrannollinen cosinin neliöön. Usein tämä tiheysfunktio kuitenkin korvataan perusaallollaan, siis cosinifunktiolla, jonka vuo on samansuuruinen. Ehto, jolla vuon suuruus säilyy, on

$$\frac{\mu_0}{\delta_0} \hat{\Theta}_d \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos^2\theta d\theta = \hat{B}_d \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos\theta d\theta.$$
(7.68)

Cosinifunktion amplitudi on siis

$$\hat{B}_{d} = \frac{\pi \,\mu_{0}}{4 \,\delta'_{0}} \hat{\Theta}_{d}^{'} = \frac{\mu_{0}}{\delta'_{d}} \Theta_{d}^{'} \,. \tag{7.69}$$

Lausekkeen (4.59) jälkimmäisessä muodossa on ilmaväli  $\delta'_{d}$  sellainen kuviteltu ilmaväli, jonka staattorin magnetomotorinen voima kohtaa. Sen teoreettinen arvo on

$$\delta_{\rm d}^{\prime} = 4\delta_{\rm 0}^{\prime}/\pi \,. \tag{7.70}$$

Kuva 7.23 a) esittää tätä tilannetta. Staattorin näkemä ilmaväli avonapakoneen tapauksessa, kun ilmaväli on muotoiltu tuottamaan roottorimagnetoinnilla sinimuotoinen jakauma, on yhtälön (7.70) mukainen. Todellisuudessa etäisyys navan reunalla staattorista roottoriin ei voi saavuttaa äärettömän suurta arvoa, ja niinpä lausekkeen (7.70) teoreettinen arvo ei toteudu tarkasti todellisuudessa. Arvo tälle ilmavälille voidaan määrittää tarkimmin FEM-laskennan avulla, mutta haluttaessa myös käsinlaskien voidaan arvo määrittää melko tarkasti.



Kuva 7.23 a). Staattorin pitkittäisakselilla olevan cosinimuotoisen mmv:n  $\theta_{s1}$  napakengän avulla muotoiltuun ilmaväliin luoma cos<sup>2</sup>-muotoinen tiheysaalto  $B_d$ , ja sitä vastaava ekvivalenttinen cosinimuotoinen perusaalto  $\hat{B}_{ld}$ . b) Poikittaisakselilla esiintyvä cosinimuotoinen staattorin mmv-jakauma  $\theta_{s1}$  synnyttää käyrän  $B_q$ . Sitä vastaavan ekvivalenttisen tiheyskäyrän huippuarvo on  $\hat{B}_q$ .

Kuva 7.23 b esittää poikittaisen ilmavälin määrittämistä. Kuvitellaan staattorin magneettijännitteen akselin olevan koneen poikittaisakselilla. Piirretään poikittaisakselilla oleva vuontiheyskäyrä ja lasketaan vuo  $\Phi_q$ . Tätä vuota vastaa tiheysamplitudi

$$\hat{B}_{q} = \frac{p\Phi_{q}}{DL} = \frac{\mu_{0}}{\delta'_{q}}\hat{\Theta}'_{q} \qquad (7.71)$$

jossa  $\delta'_{q}$  on poikittainen kuviteltu ilmaväli. Asetetaan kaikki ilmaväliin vaikuttavat magnetomotoriset voimat yhtä suuriksi:  $\hat{\Theta}_{F} = \hat{\Theta}'_{d} = \hat{\Theta}'_{q}$  jolloin ekvivalenttiset ilmavälit suhtautuvat kuten tiheysamplitudit kääntäen

$$\hat{B}_{\delta}:\hat{B}_{d}:\hat{B}_{q} = \frac{1}{\delta'_{0}}:\frac{1}{\delta'_{d}}:\frac{1}{\delta'_{q}}.$$
(7.72)

Pitkittäinen ja poikittainen ekvivalenttinen ilmaväli lasketaan tästä verrannosta. Huomaa, että staattorin ns. pitkittäinen ja poikittainen magnetointi-induktanssi ovat kääntäen verrannollisia oheisiin ilmaväleihin. Tämän seurauksena perinteisen avonapakoneen poikittainen tahti-induktanssi on yleensä merkittävästi pienempi kuin pitkittäinen tahti-induktanssi.

Roottorin mmv luo siis staattorin pinnalle sinimuotoisen vuontiheysjakauman, jonka huippuarvo osuu pienimmän ilmavälin  $\delta_0$  kohdalle. Staattorin uritus aiheuttaa ilmavälin pitenemisen Carterin kertoimen verran.

$$\delta_0' = k_{\rm C} \delta_0. \tag{7.73}$$

Staattorista katsoen pitkittäinen ilmaväli näyttää perusaallon suhteen teoreettisesti yhtälön (7.70) mukaiselta. Ilmaväli on siis pidentynyt  $4/\pi$ -kertaiseksi.

Koska magnetoimiskäämi on vain pitkittäisakselilla, tarvitaan staattori- ja roottorimagnetoinnin virtasuhdetta vain tässä suunnassa. Virtasuhde määritetään merkitsemällä staattorin ja roottorin virtojen aiheuttamat vuontiheyksien perusaallot yhtäsuuriksi. Tässä oletetaan, että hajavoita ei ole ja raudan reluktanssi on nolla, jolloin koko mmv kohdistuu ilmaväleihin. Staattorin mmv:n amplitudi on nyt

$$\hat{\Theta}_{\rm s} = \frac{3}{p\pi} \xi_{\rm ls} N_{\rm s} \sqrt{2} I_{\rm s} \,. \tag{7.74}$$

Vastaavasti voidaan laskea kuviteltu vuontiheys

$$\hat{B}_{1s} = \frac{\frac{5}{p\pi} \xi_{1s} N_s \sqrt{2} I_s}{\frac{4}{\pi} \delta_0'} \mu_0 = \frac{3\xi_{1s} N_s \sqrt{2} I_s}{4p \delta_0'} \mu_0.$$
(7.75)

Roottorin mmv on kanttiaaltomainen, ja sen korkeus on

$$\Theta_{\rm r} = \frac{1}{2} \frac{N_{\rm r}}{p} I_{\rm rFDC} \,. \tag{7.76}$$

Koska ilmaväli on nyt muotoiltu tuottamaan sinimuotoinen tiheysjakauma, saadaan kuvitellun vuontiheyden huippuarvoksi

$$\hat{B}_{1r} = \frac{\frac{1}{2} \frac{N_r}{p} I_{rFDC}}{\delta'_0} \mu_0.$$
(7.77)

Vertaamalla lausekkeita (7.75) ja (7.77) saadaan virtasuhde

$$k_{\rm ri} = \frac{I_{\rm s}}{I_{\rm rFDC}} = \frac{N_{\rm r}}{\frac{3\sqrt{2}}{2}\xi_{\rm 1s}N_{\rm s}}.$$
(7.78)

Tämä on sama kuin aiemmin saatu tulos. Suhde on siis sama sekä avo- että umpinapaisella koneella edellyttäen, että avonapakoneen roottorin napakenkä on muotoiltu tuottamaan sinimuotoinen jakauma. Mikäli näin ei ole, on virtasuhdetta tarkasteltava edelleen ja käytettävä kirjallisuudesta löytyviä osittain kokemusperäisiä muotokertoimia. Lauseke (7.78) ei sekään ole aivan tarkka, koska se perustuu oletukseen, että staattorin mmv:n poikittaisasennon suunnassa kohtaama ilmaväli olisi ääretön. Virhe ei kuitenkaan ole suuri, koska poikittaisakselia lähestyttäessä pitkittäinen mmv on pieni ja pienenee nollaan.

Mikäli koneella on mahdollista ajaa pysyvän oikosulun koe, voidaan virtasuhde määrittää helposti oikosulkukokeen avulla. Oikosulussahan staattorivirran mmv:n tulee kumota roottorivirran mmv, joten oikosulkukoe tuottaa suoraan virtasuhteen. Tiettyä roottorin magnetointitasavirtaa vastaa tietty staattorin pysyvän tilan oikosulkuvirta.

#### 7.5.3 Reduktiokerroin

Haluttaessa redusoida resistansseja roottorin yksivaihekäämityksestä staattorin kolmivaiheiseen käämitykseen tai päinvastoin voidaan roottorin yksivaiheisen tasavirran ajatella muodostavan kuvitteellisen kolmivaiheroottorin virtavektorin. Kuvitellaan roottori korvatuksi umpinapaisella levyroottorilla, jossa on kolmivaihekäämitys. Käämityksessä kulkeva kolmivaihevirta synnyttää saman vuontiheyden ilmaväliin kuin tasavirralla magnetoitu pyörivä napapyörä.

Energiaperiaatteen mukaisesti sekä todellisessa roottorissa että avaruusvektorisijaiskytkennässä täytyy syntyä sama tehohäviö. Kolmivaihesuureilla toimittaessa roottoriteho määritellään

$$P_{\rm r} = 3R_{\rm r_{3v}}I_{\rm r_{3v}}^2. \tag{7.79}$$

Tämän tehon täytyy olla yhtä suuri kuin todellisilla roottorisuureillakin laskettu teho

$$P_{\rm F} = I_{\rm FDC}^2 R_{\rm FDC} \,. \tag{7.80}$$

Nyt saadaan siis

$$R_{\rm r3v} = \frac{I_{\rm FDC}^2}{3I_{\rm r3v}^2} R_{\rm FDC} \,. \tag{7.81}$$

Kun roottorin vaihevirran tehollisarvo  $I_{r_{3v}}$  korvataan vastaavalla staattorivirralla  $I_s$ , saadaan

$$R'_{\rm r3v} = \frac{I_{\rm FDC}^2}{3I_{\rm s}^2} R_{\rm FDC} = \frac{1}{3k_{\rm ri}^2} R_{\rm FDC} \,.$$
(7.82)

Samaan tulokseen päädytään myös seuraavan ajattelun perusteella: Korvataan roottorin yksivaiheinen käämitys yhtä monikierroksisella kolmivaiheisella käämityksellä. Kirjoitetaan yksi- ja kuvitellun kolmivaiheroottorin magnetomotoriset voimat napaparia kohti yhtäsuuriksi, jolloin saadaan

$$\hat{\Theta}_{_{\rm F3v}} = \hat{\Theta}_{_{\rm FDC}} \to \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{\xi_{\rm I} N_{_{\rm Fp}}}{2} \sqrt{2} I_{_{\rm F3v}} = \frac{4}{\pi} \frac{\xi_{\rm I} N_{_{\rm Fp}}}{2} I_{_{\rm FDC}} \,.$$
(7.83)

 $N_{\rm rp}$  on roottorin napaparin käämikierrosluku. Tästä saadaan roottorin kuvitellulle kolmivaihevirralle

$$I_{\rm r3v} = \frac{\sqrt{2}}{3} I_{\rm FDC} \,. \tag{7.84}$$

Energiaperiaatteen mukaisesti sekä todellisessa roottorissa että kuvitteellisessa kolmivaiheisessa kytkennässä täytyy syntyä sama tehohäviö. Kolmivaihesuureilla toimittaessa roottoriteho määritellään

$$P_{\rm r} = 3R_{\rm r3v}I_{\rm r3v}^2 = 3R_{\rm r3v} \left(\frac{\sqrt{2}}{3}I_{\rm FDC}\right)^2 = \frac{2}{3}R_{\rm r3v}I_{\rm FDC}^2.$$
(7.85)

Tämän tehon täytyy olla yhtäsuuri kuin todellisilla roottorisuureillakin laskettu teho, joten saadaan kuvitellun kolmivaiheroottorin resistanssi

$$R_{\rm r3v} = \frac{3}{2} R_{\rm FDC} \,. \tag{7.86}$$

Koska vaiheluvut kuvitellussa roottorissa ja staattorissa ovat nyt samat, tämä redusoidaan staattoriin käyttämällä käämikierrosten ja käämityskertoimien määrittämää virtasuhdetta

$$R'_{_{\rm r3v}} = \frac{3}{2} R_{\rm FDC} \left(\frac{\xi_{\rm ls} N_{\rm s}}{\xi_{\rm lr} N_{\rm r}}\right)^2 = \frac{1}{3} R_{\rm FDC} k_{\rm ri}^{-2} .$$
(7.87)

#### 7.5.4 Reduktio avaruusvektoreita käytettäessä

Toimittaessa kuvitelluilla kolmivaihesuureilla roottorissa saatiin roottorin kolmivaihevirran tehollisarvoksi

$$I_{\rm r3v} = \frac{\sqrt{2}}{3} I_{\rm FDC} \,. \tag{7.88}$$

Tämän huippuarvo on nyt siis sinisuureilla toimittaessa

$$\hat{i}_{r3v} = \frac{2}{3} I_{FDC}.$$
(7.89)

Kun tästä muodostetaan roottorivirran avaruusvektori, saadaan roottorivirtavektorin pituudeksi esimerkiksi tilanteessa, jossa a-vaiheen virta on positiivisessa maksimissaan ja b- ja c-vaiheen virrat puolet negatiivisesta maksimistaan kuvan 7.24 mukaisesti.



Kuva 7.24 Kuvitteellisen kolmivaiheroottorin virran avaruusvektorin muodostuminen hetkellä, jolloin A-vaiheen virta on positiivisessa maksimissaan.

Avaruusvektorin itseisarvo on nyt siis  $(2/3)I_{FDC}$ . Merkitsemällä staattorin ja roottorin avaruusvektorien magnetomotoriset voimat yhtäsuuriksi saadaan

$$\frac{2}{3}I_{\rm FDC}N_{\rm rp} = |\dot{\mathbf{i}}_{\rm r}|\xi_{\rm s1}N_{\rm sp}.$$
(7.90)

Tästä saadaan virtavektorien itseisarvojen suhteeksi

$$\frac{|\dot{\mathbf{i}}_{\rm r}|}{I_{\rm FDC}} = \frac{2}{3} \frac{N_{\rm rp}}{\xi_{\rm I} N_{\rm sp}} = k_{\rm riav}.$$
(7.91)

Tämä poikkeaa tasavirtareduktiosta  $\sqrt{2}$ :n verran. Tässä järjestelmässä roottorin vaiheresistanssi on  $R_{r_{3v}} = \frac{3}{2}R_{FDC}$ . Laskettaessa nyt tehoja avaruusvektorien ja DC-virran tehollisarvon avulla ja merkittäessä ne samansuuruisiksi saadaan

$$P = \frac{3}{2} \boldsymbol{u} \boldsymbol{i}^{*} = \frac{3}{2} \left( \frac{2}{3} \frac{N_{\rm rp}}{\xi_{\rm Is} N_{\rm sp}} I_{\rm FDC} \right)^{2} R_{\rm r}^{'} = I_{\rm FDC}^{2} R_{\rm rfDC}$$

$$= \frac{3}{2} k_{\rm riav}^{2} I_{\rm FDC}^{2} R_{\rm r}^{'} = I_{\rm FDC}^{2} R_{\rm FDC}$$
(7.92)

Tästä saadaan reduktioksi avaruusvektoreilla toimittaessa

$$R'_{\rm r} = \frac{2}{3} \frac{1}{k_{\rm riav}^2} R_{\rm FDC} \,. \tag{7.93}$$

#### 7.6 Tahtikoneen vektoripiirros

Usein koneen toiminnan tarkastelussa apuna käytetään tehollisarvo-osoitinpiirroksen kanssa lähes identtistä, mutta pyörivää vektoripiirrosta. Kuva 7.25 esittää avonapaisen tahtikoneen vektoripiirrosta roottoriorientoituneessa dq-koordinaatistossa. Kone on moottorikäytössä ja pyörii vastapäivään.



Kuva 7.25 Tahtikoneen vektoripiirros yleisessä tilanteessa roottorikoordinaatistossa.  $\omega$  on sähköinen kulmanopeus.  $\delta_s$  staattorikäämivuon napakulma,  $\delta_m$  ilmavälikäämivuon napakulma,  $\beta$  staattorikäämivuon ja staattorivirran välinen kulma ja  $\varphi$  staattorivirran ja -jännitteen välinen kulma.  $i_s$  on staattorivirta- ja  $u_s$  on staattorijännitevektori.  $\psi_s$  on staattorikäämivuon ja  $\psi_m$  on ilmavälikäämivuon vektori.  $e_s$  on staattorikäämivuon indusoima vastasähkömotorinen voima. Kuvassa esiintyy myös pieni vaimennuskäämivirta  $i_D + j i_Q$ . Koko vektoripiirros pyörii vastapäivään sähkökulmanopeudella  $\omega$ .

Koneen käämivuo  $\psi_s$  on syntynyt resistiivisestä jännitehäviöstä puhdistetun staattorijännitevektorin  $u'_s$  vaikutuksesta ja on siten noin 90° jäljessä siitä. Stationaaritilassa kohtisuoruus toteutuu, mutta dynaamisessa tilassa, jossa esiintyy mm. vaimennuskäämivirtoja kohtisuoruusehto ei toteudu. Ilmavälikäämivuo  $\psi_m$  eroaa staattorikäämivuosta hajakäämivuon  $\psi_{s\sigma} = L_{s\sigma}i_s$  verran. Koneessa esiintyy kuvitteellinen magnetointikäämin luoma käämivuo  $L_{md}i_F$ , jota ankkurireaktiot pitkittäis-  $(L_{md}i_d)$ , ja poikittaissuunnassa  $(L_{mq}i_q)$  muokkaavat kohti ilmavälikäämivuota. Jokainen käämivuo myös hajakäämivuo - aiheuttaa oman induktionsa. Moottorisäädön kannalta keskeisiä ovat induktiot  $e_s = -j\omega\psi_s$  ja  $e_m = -j\omega\psi_m$ . Staattorikäämivuon indusoima  $e_s$  on se indusoitunut jännite, joka syöttöjännitteeseen summattuna määrittää koneen virran  $i_s = (u_s - e_s)/R_s$ . Magnetointikäämin luoma induktio  $-j\omega L_{md}i_F$  on kuvitteellinen, sillä niin suurta käämivuota kuin  $L_{md}i_F$  edustaa, koneeseen ei yleensä voi raudan kyllästyksen vuoksi syntyä. Ankkuri- ja vaimennusreaktioiden synnyttämät induktiot  $-j\omega L_{md}i_d$  ja  $-j\omega L_{mq}i_q$  sekä  $-j\omega L_{md}i_D$  ja  $-j\omega L_{mq}i_Q$  muokkaavat tämän kuvitteellisen käämivuon todelliseksi ilmavälikäämivuoksi. Ilmavälikäämivuon aiheuttama induktio tulee näkyviin, jos koneen staattori joutuu äkillisesti virrattomaksi. Varsinkin kentänheikennyksessä on mahdollista, että ilmavälikäämivuon itseisarvo on huomattavasti suurempi kuin staattorikäämivuon itseisarvo. Mikäli sellaisen koneen ohjaus jostain syystä lopetetaan on tilanne erittäin vaarallinen, sillä koneen napajännite pyrkii nousemaan erittäin korkeaksi - ensin ilmavälikäämivuota vastaavaan arvoon ja lopulta magnetointivirtaa vastaavaan niin suureen arvoon kuin koneen rauta sallii. Kuvassa 7.26 kerrataan tahtikoneen vektoripiirros ilman vaimennusvirtoja.



Kuva 7.26 Tahtikoneen vektoripiirros, kun vaimennusvirrat ovat nollia.

Käytännön ohjaustarkoituksiin voidaan vektoripiirrosta yksinkertaistaa vielä jättämällä useita eri induktioita pois näkyvistä, kuva 7.27


Kuva 7.27 yksinkertaistettu tahtikoneen vektoripiirros. Kone käy tehokertoimella  $\cos \varphi = 1$ .

Kuva 7.28 esittää tahtikoneen virtoja eri koordinaatistoissa ja osoittaa myös sen, että magnetointikäämin virta  $i_F$  osallistuu vääntömomentin tuottamiseen. Magnetointivirralla on nimittäin ilmavälivuo-vääntömomenttikoordinaatistossa  $\psi$ T selvästi konetta jarruttava komponentti  $i_{FT}$ .



Kuva 7.28 Staattorivirta eri koordinaatistoissa. Koordinaatistot ovat staattorikoordinaatisto xy, roottorikoordinaatisto dq, ja ilmavälikäämivuo-vääntömomenttikoordinaatisto  $\psi$ T.

Kaksiakselimallia käytettäessä tarvitaan eri koordinaatistojen väliset muunnosyhtälöt komponenttimuodossa. Ne esitetään seuraavaksi käyttäen tutkittavana suureena staattorivirtaa, mutta yhtälöt pätevät myös staattorijännitteille ja -käämivoille. Kolmivaihesuureista kaksivaihesuureisiin siirryttäessä käytetään seuraavia yhtälöitä:

$$i_{\rm sx} = \frac{2}{3} \left[ i_{\rm sa} - \frac{1}{2} \left( i_{\rm sb} + i_{\rm sc} \right) \right],\tag{7.94}$$

$$i_{\rm sy} = \frac{1}{\sqrt{3}} [i_{\rm sb} - i_{\rm sc}], \tag{7.95}$$

Nollavirralle pätee

7.33

Sähkökäytöt, Juha Pyrhönen, LTY Sähkötekniikka

$$i_{s0} = \frac{1}{3} \left[ i_{sa} + i_{sb} + i_{sc} \right].$$
(7.96)

Päinvastaiseen suuntaan muunnoskaavat ovat:

$$i_{\rm sa} = i_{\rm sx} + i_{\rm s0}$$
, (7.97)

$$i_{\rm sb} = -\frac{1}{2}i_{\rm sx} + \frac{\sqrt{3}}{2}i_{\rm sy} + i_{\rm s0}, \qquad (7.98)$$

$$i_{\rm sc} = -\frac{1}{2}i_{\rm sx} - \frac{\sqrt{3}}{2}i_{\rm sx} + i_{\rm s0}.$$
(7.99)

Staattorikoordinaatistosta roottorikoordinaatistoon siirryttäessä tulee tietää myös koordinaatistojen välinen kiertymäkulma eli roottorin asentokulma  $\theta_r$ , kuten esitettiin aiemmin. Koska nollakomponentti ei sisälly virtavektoriin, se on otettava huomioon erikseen.

$$i_{\rm d} = i_{\rm sx} \cos\theta_{\rm r} + i_{\rm sy} \sin\theta_{\rm r} , \qquad (7.100)$$

$$i_{\rm q} = -i_{\rm sx}\sin\theta_{\rm r} + i_{\rm sy}\cos\theta_{\rm r} \,, \tag{7.101}$$

$$i_{s0} = i_{s0}$$
. (7.102)

Päinvastaiseen suuntaan siirryttäessä yhtälöt ovat:

$$i_{\rm sx} = i_{\rm d} \cos\theta_{\rm r} - i_{\rm q} \sin\theta_{\rm r} \,, \tag{7.103}$$

$$i_{\rm sy} = i_{\rm d} \sin \theta_{\rm r} + i_{\rm q} \cos \theta_{\rm r}, \qquad (7.104)$$

$$i_{s0} = i_{s0}. ag{7.105}$$

Siirryttäessä suoraan vaihesuureista roottorikoordinaatistoon käytetään seuraavia yhtälöitä:

$$i_{\rm d} = \frac{2}{3} \left[ i_{\rm sa} \cos\theta_{\rm r} + i_{\rm sb} \cos\left(\theta_{\rm r} - \frac{2\pi}{3}\right) + i_{\rm sc} \cos\left(\theta_{\rm r} - \frac{4\pi}{3}\right) \right]$$
(7.106)

$$i_{\rm q} = -\frac{2}{3} \left[ i_{\rm sa} \sin \theta_{\rm r} + i_{\rm sb} \sin \left( \theta_{\rm r} - \frac{2\pi}{3} \right) + i_{\rm sc} \sin \left( \theta_{\rm r} - \frac{4\pi}{3} \right) \right]$$
(7.107)

$$i_{s0} = \frac{1}{3} \left[ i_{sa} + i_{sb} + i_{sc} \right]$$
(7.108)

Päinvastaiseen suuntaan siirryttäessä yhtälöt ovat:

$$i_{\rm sa} = i_{\rm d} \cos\theta_{\rm r} - i_{\rm q} \sin\theta_{\rm r} + i_{\rm s0} \tag{7.109}$$

$$i_{\rm sb} = i_{\rm d} \cos\left(\theta_{\rm r} - \frac{2\pi}{3}\right) - i_{\rm q} \sin\left(\theta_{\rm r} - \frac{2\pi}{3}\right) + i_{\rm s0}$$
 (7.110)

$$i_{\rm sc} = i_{\rm d} \cos\left(\theta_{\rm r} - \frac{4\pi}{3}\right) - i_{\rm q} \sin\left(\theta_{\rm r} - \frac{4\pi}{3}\right) + i_{\rm so}$$
(7.111)

#### 7.7 Tahtikoneen vääntömomentin muodostus

Tahtikone toteuttaa ristikenttäperiaatetta. Erityisesti ilmavälikäämivuo on tärkeä vääntömomentin muodostamisen kannalta. Olemmehan jo aiemmin havainneet, että ilmavälikäämivuota vastaan

poikittainen virtakomponentti tuottaa vääntömomenttia. Sähköisen vääntömomentin  $T_e$  yhtälö voidaan esittää useassa muodossa, kuten edellisessä luvussa havaittiin. Kerrataan kuitenkin vääntömomentin esitystapoja tässä. Yleinen vääntömomentin yhtälö mille tahansa kiertokenttäkoneelle voidaan esittää vektorimuodossa

$$\boldsymbol{T}_{e} = \frac{3}{2} \boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{\psi}_{s} \times \boldsymbol{i}_{s} = \left(\frac{3}{2} \boldsymbol{p} \cdot |\boldsymbol{\psi}_{s}| \cdot |\boldsymbol{i}_{s}| \cdot \sin \beta\right) \boldsymbol{k} , \qquad (7.112)$$

jossa

*p* napapariluku

-  $\psi_{\rm s}$  staattorikäämivuovektori

- *i*<sub>s</sub> staattorivirtavektori

-  $\beta$  vektorien välinen kulma

- *k* Koneen akselin suuntainen yksikkövektori

Tarkasteltaessa tahtikoneen vektoripiirroksia voidaan todeta, että mitään ristiriitaa tämän ja edellämainitun ilmavälikäämivuon roolin välillä ei ole olemassa. Vääntömomenttiyhtälö voidaan esittää myös skalaarisena muodossa

$$T_{\rm e} = \frac{3}{2} p \cdot |\boldsymbol{\psi}_{\rm m}| \cdot |\boldsymbol{i}_{\rm s}| \cdot \sin(\beta + \gamma).$$
(7.113)

Yhtälöiden mukaan vääntömomentin suuruus riippuu vektoreiden itseisarvoista ja niiden välisestä kulmasta. Skalaarisena esitettävän vääntömomentin merkki riippuu vektoreiden välisestä kulmasta. Näin ollen tahtikoneella siirtymiseen moottorikäytöstä generaattorikäyttöön tai päinvastoin riittää pelkästään, kun vektorien välinen kulma vaihtaa merkkiä.

Kun yhtälö (4.100) esitetään roottorikoordinaatistossa komponenteittain, saadaan se skalaarimuotoon:

$$T_{\rm e} = \frac{3}{2} p \cdot \left( \psi_{\rm d} \cdot i_{\rm q} - \psi_{\rm q} \cdot i_{\rm d} \right). \tag{7.114}$$

Kun vielä sijoitetaan staattorikäämivuon komponentit induktanssien ja virtojen avulla, saadaan siis:

$$T_{\rm e} = \frac{3}{2} p \cdot \left[ \left( L_{\rm d} - L_{\rm q} \right) \cdot i_{\rm d} \cdot i_{\rm q} + L_{\rm md} \left( i_{\rm F} + i_{\rm D} \right) \cdot i_{\rm q} - L_{\rm mq} \cdot i_{\rm Q} \cdot i_{\rm d} \right].$$
(7.115)

Jaetaan vielä keskimmäinen termi osiin, jolloin yhtälö tulee muotoon:

$$T_{\rm e} = \frac{3}{2} p \cdot \left[ \left( L_{\rm d} - L_{\rm q} \right) \cdot i_{\rm d} \cdot i_{\rm q} + L_{\rm md} \cdot i_{\rm F} \cdot i_{\rm q} + L_{\rm md} \cdot i_{\rm D} \cdot i_{\rm q} - L_{\rm mq} \cdot i_{\rm Q} \cdot i_{\rm d} \right]$$
(7.116)

Tästä yhtälöstä nähdään, että vääntömomentti koostuu osista:

- magneettisesta epäsymmetriasta tuleva reluktanssivääntömomentti  $(L_d L_q)i_di_q$ , joka esiintyy vain avonapakoneilla
- napakäämivirtaan ja poikittaiseen staattorivirtaan liittyvä osa, joka on koneen pääasiallinen vääntömomentti

• kaksi termiä, jotka kuvaavat vaimennuskäämivirtojen aiheuttamia vääntömomentin komponentteja, jotka esiintyvät vain muutostilanteissa

# 7.8 Sähköisesti magnetoidun avonapaisen tahtikoneen simulointi vakioparametrein

Tahtikoneen yhteydessä käytetään usein suhdearvoja. Suhdearvojen käytöllä saavutetaan joitain etuja. Suhdearvoista havaitaan heti, mikä on jonkin parametrin suhteellinen suurusluokka. Esimerkiksi, jos suhteellinen tahti-induktanssi on  $l_d = 2$ , on se suuri. Vastaavasti, jos  $l_d = 0.5$  on se pieni. Näin on mahdollista verrata toisiinsa koneita, joiden nimellisarvot poikkeavat toisistaan. Suhdearvojen merkitys vähenee, kun siirrytään liukulukuprosessorien käyttöön. Kiinteän pilkun signaaliprosessorit vaativat kaikkien laskutoimitusten suhteuttamista välille 0 ... 1. Tällöin pelkkä tavallisten suhdearvojen käyttö ei riitä, vaan luvut on skaalattava vielä huomattavasti pienemmiksi, jotta esimerkiksi summan tai kertolaskun tulos ei koskaan ylittäisi ykköstä.

Suhdearvot saadaan jakamalla jokainen suure perusarvolla. Perusarvot valitaan tavallisesti seuraavasti:

- staattorin nimellisvaihevirran huippuarvo $\hat{i}_n$
- staattorin nimellisvaihejännitteen huippuarvo $\hat{u}_n$
- nimelliskäämivuo, joka vastaa saamalla nimelliskulmanopeutta  $\hat{\psi}_n = \hat{u}_n / \omega_n$
- nimellisimpedanssi  $Z_n = \hat{u}_n / \hat{i}_n$
- Aika, jossa nimellistaajuudella edetään 1 radiaani sähköasteissa  $t_n = 1 \text{ rad} / \omega_n$ . Suhteellinen aika  $\tau$  mitataan siis kulmana  $\tau = \omega_n t$
- nimellisvirtaa ja jännitettä vastaava näennäisteho  $S_n = \frac{3}{2}\hat{i}_n\hat{u}_n$
- nimellisvääntömomentti, joka vastaa nimellistehoa ja -taajuutta  $T_n = \frac{3}{2\omega_n} \hat{i}_n \hat{u}_n$

Roottorisuureet redusoidaan staattorin jänniteportaaseen ennen suhdearvojen muodostusta. Otetaan esimerkiksi staattorin jänniteyhtälö roottorikoordinaatistossa

$$\boldsymbol{u}_{s}^{r} = R_{s}\boldsymbol{i}_{s}^{r} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{s}^{r}}{\mathrm{d}t} + j\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\psi}_{s}^{r}, \qquad (7.117)$$

joka jaetaan jännitteen perusarvolla ja ryhmitellään sopivasti, jolloin saadaan

$$\frac{\boldsymbol{u}_{s}^{r}}{\hat{\boldsymbol{u}}_{n}} = \frac{R_{s}\hat{\boldsymbol{i}}_{n}}{\hat{\boldsymbol{u}}_{n}}\frac{R_{s}\boldsymbol{i}_{s}^{r}}{\hat{\boldsymbol{i}}_{n}} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{s}^{r}}{\mathrm{d}(\boldsymbol{\omega}_{n}t)}\frac{\boldsymbol{\omega}_{n}}{\hat{\boldsymbol{u}}_{n}} + \frac{\mathrm{j}\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{\omega}_{n}}\frac{\boldsymbol{\omega}_{n}\boldsymbol{\psi}_{s}^{r}}{\hat{\boldsymbol{u}}_{n}}.$$
(7.118)

Yhtälöstä on selkeästi havaittavissa suhdearvot

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{s,pu}}^{\mathrm{r}} = \frac{\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{r}}}{\hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{p}}},\tag{7.119}$$

$$\dot{\boldsymbol{i}}_{s,pu}^{r} = \frac{\dot{\boldsymbol{i}}_{s}^{r}}{\hat{\boldsymbol{i}}_{p}}, \qquad (7.120)$$

Sähkökäytöt, Juha Pyrhönen, LTY Sähkötekniikka

$$r_{\rm s} = \frac{R_{\rm s}\hat{i}_{\rm n}}{\hat{u}_{\rm n}},\tag{7.121}$$

$$\boldsymbol{\psi}_{s,pu}^{r} = \frac{\boldsymbol{\omega}_{n} \boldsymbol{\psi}_{s}^{r}}{\hat{\boldsymbol{u}}_{n}}, \qquad (7.122)$$

$$\omega_{\rm pu} = \frac{\omega}{\omega_{\rm n}} = \frac{n}{f_{\rm n}} = n_{\rm pu} \tag{7.123}$$

$$\tau = \omega_{\rm n} t \,. \tag{7.124}$$

Jänniteyhtälö suhdearvoina esitettynä on siten

$$\boldsymbol{u}_{s,pu}^{r} = r_{s} \boldsymbol{i}_{s,pu}^{r} + \frac{\mathrm{d} \boldsymbol{\psi}_{s,pu}^{r}}{\mathrm{d} \tau} + j \omega_{pu} \boldsymbol{\psi}_{s,pu}^{r}.$$
(7.125)

Muoto on sama kuin alkuperäisessä yhtälössäkin, mutta suhteellinen aika voi tuottaa hankaluuksia. Jos suhdearvoyhtälössä käytetään normaaliaikaa, muuttuu yhtälö muotoon

$$\boldsymbol{u}_{s,pu}^{r} = r_{s} \boldsymbol{i}_{s,pu}^{r} + \frac{1}{\omega_{n}} \frac{d\boldsymbol{\psi}_{s,pu}^{r}}{dt} + j \omega_{pu} \boldsymbol{\psi}_{s,pu}^{r}.$$
(7.126)

Induktanssien suhdearvot ovat samat kuin reaktanssien suhdearvot. Saamme esimerkiksi

$$l_{\rm m} = \frac{L_{\rm m}}{L_{\rm b}} = \frac{L_{\rm m}}{\frac{\hat{u}_{\rm n}}{\omega_{\rm n}\hat{i}_{\rm n}}} = \frac{\hat{i}_{\rm n}}{\hat{u}_{\rm n}} X_{\rm m} = x_{\rm m} \,.$$
(7.127)

Jaetaan staattorin käämivuoyhtälö

$$\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}} = L_{\mathrm{s}} \boldsymbol{i}_{\mathrm{s}} + L_{\mathrm{m}} \boldsymbol{i}_{\mathrm{r}} \tag{7.128}$$

käämivuon perusarvolla

$$\psi_{\rm b} = \frac{\hat{u}_{\rm n}}{\omega_{\rm n}},\tag{7.129}$$

jolloin saadaan

$$\frac{\omega_{\rm n}\boldsymbol{\psi}_{\rm s}}{\hat{u}_{\rm n}} = \frac{\omega_{\rm n}\hat{i}_{\rm n}L_{\rm s}}{\hat{u}_{\rm n}}\frac{\boldsymbol{i}_{\rm s}}{\hat{i}_{\rm n}} + \frac{\omega_{\rm n}\hat{i}_{\rm n}L_{\rm m}}{\hat{u}_{\rm n}}\frac{\boldsymbol{i}_{\rm r}}{\hat{i}_{\rm n}}.$$
(7.130)

Käämivuoyhtälö suhdearvoina on siis

 $\psi_{s,pu} = l_s i_{s,pu} + l_m i_{r,pu}.$ (7.131)

Sähkökoneen liikeyhtälö on muotoa

$$\frac{3}{2}p\boldsymbol{\psi}_{s} \times \boldsymbol{i}_{s} = \frac{J}{p}\frac{\mathrm{d}^{2}\boldsymbol{\theta}}{\mathrm{d}t^{2}} + T_{\mathrm{m}}.$$
(7.132)

Kun liikeyhtälö jaetaan vääntömomentin perusarvolla, saadaan

$$\frac{\frac{3}{2}p\boldsymbol{\psi}_{s}\times\boldsymbol{i}_{s}}{\frac{3\hat{u}_{n}\hat{i}_{n}}{2\omega_{n}/p}} = \frac{\frac{J}{p}\frac{d^{2}\theta}{dt^{2}}}{\frac{3\hat{u}_{n}\hat{i}_{n}}{2\omega_{n}/p}} + \frac{T_{m}}{\frac{3\hat{u}_{n}\hat{i}_{n}}{2\omega_{n}/p}}.$$
(7.133)

Tästä saadaan suhdearvoyhtälö

$$\boldsymbol{\psi}_{s,pu} \times \boldsymbol{i}_{s,pu} = T_J \frac{d^2 \boldsymbol{\theta}}{d\tau^2} + T_{m,pu}.$$
(7.134)

Tässä esiintyy mekaaninen aikavakio

$$T_J = \omega_{\rm n} \left(\frac{\omega_{\rm n}}{p}\right)^2 \frac{2J}{3\hat{u}_{\rm n}\hat{i}_{\rm n}}.$$
(7.135)

Tämä on tahtinopeudella pyörivän roottorin kineettisen energian suhde koneen näennäistehoon.

# 7.9 Tahtikoneen virtayhtälöt

Tahtikoneen käämivoiden ja virtojen välistä riippuvuutta on syytä tarkastella roottorikoordinaatistossa, jolloin voidaan välttää poikittais- ja pitkittäissuureiden jako komponentteihin.

Käämivoiden ja virtojen välisen riippuvuuden määrittelee induktanssimatriisi. Jätetään pumerkinnät pois.

$$\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{i}, \tag{7.136}$$

eli

$$\begin{bmatrix} \Psi_{sd} \\ \Psi_{sq} \\ \Psi_{D} \\ \Psi_{Q} \\ \Psi_{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{sd} & 0 & l_{d} & 0 & l_{d} \\ 0 & l_{sq} & 0 & l_{q} & 0 \\ l_{d} & 0 & l_{D} & 0 & l_{FD} \\ 0 & l_{q} & 0 & l_{Q} & 0 \\ l_{d} & 0 & l_{FD} & 0 & l_{F} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{d} \\ i_{q} \\ i_{D} \\ i_{Q} \\ i_{F} \end{bmatrix},$$
(7.137)

missä

$$l_{sd} = l_{md} + l_{s\sigma}$$

$$l_{sq} = l_{mq} + l_{s\sigma}$$

$$l_{D} = l_{md} + l_{D\sigma} + l_{k\sigma}$$

$$l_{Q} = l_{mq} + l_{Q\sigma}$$

$$l_{F} = l_{md} + l_{F\sigma} + l_{k\sigma}$$

$$l_{FD} = l_{md} + l_{k\sigma}$$
(7.138)

Tällöin virrat voidaan laskea käämivoista käänteisen induktanssimatriisin  $\mathbf{K} = \mathbf{L}^{-1}$  avulla.

$$\begin{bmatrix} i_{d} \\ i_{q} \\ i_{D} \\ i_{Q} \\ i_{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{sd} & 0 & k_{dD} & 0 & k_{dF} \\ 0 & k_{sq} & 0 & k_{qQ} & 0 \\ k_{dD} & 0 & k_{D} & 0 & k_{FD} \\ 0 & k_{qQ} & 0 & k_{Q} & 0 \\ k_{dF} & 0 & k_{FD} & 0 & k_{F} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \\ \psi_{D} \\ \psi_{Q} \\ \psi_{F} \end{bmatrix},$$
(7.139)

missä

$$k_{\rm sd} = \frac{l_{\rm F} \cdot l_{\rm D} - l_{\rm FD}^2}{\Delta_1}, \quad k_{\rm sq} = \frac{l_{\rm Q}}{\Delta_2}, \quad k_{\rm D} = \frac{l_{\rm F} \cdot l_{\rm sd} - l_{\rm md}^2}{\Delta_1}, \quad k_{\rm Q} = \frac{l_{\rm sq}}{\Delta_2}, \quad k_{\rm F} = \frac{l_{\rm sd} \cdot l_{\rm D} - l_{\rm md}^2}{\Delta_1}$$

$$k_{\rm dD} = (l_{\rm FD} - l_{\rm F}) \cdot \frac{l_{\rm md}}{\Delta_1}, \quad k_{\rm dF} = (l_{\rm FD} - l_{\rm D}) \cdot \frac{l_{\rm md}}{\Delta_1}, \quad k_{\rm qQ} = \frac{-l_{\rm mq}}{\Delta_2}, \quad k_{\rm FD} = \frac{l_{\rm md}^2 - l_{\rm FD} \cdot l_{\rm sd}}{\Delta_1}$$
(7.140)

ja nimittäjäkomponentit  $\Delta_1$  ja  $\Delta_2$  ovat muotoa:

$$\Delta_{1} = 2 \cdot l_{\rm md}^{2} \cdot l_{\rm FD} - l_{\rm md}^{2} \cdot l_{\rm D} - l_{\rm md}^{2} \cdot l_{\rm F} + l_{\rm sd} \cdot l_{\rm D} \cdot l_{\rm F} - l_{\rm FD}^{2} \cdot l_{\rm sd}$$

$$\Delta_{2} = l_{\rm Q} \cdot l_{\rm sq} - l_{\rm mq}^{2}$$
(7.141)

# 7.10 Tahtikoneen simulointi aikadiskreetissä systeemissä

Tahtikoneen matemaattisen esityksen avulla voidaan laatia simulointimalli, jonka tuloina ovat tahtikoneen staattorijännite  $u_{s,pu}$ , magnetointijännite  $u_{F,pu}$  ja mekaaninen kulmanopeus n (roottorikulman integrointia varten) sekä lähtöinä koneen staattorivirta  $i_{s,pu}$ , magnetointivirta  $i_{F,pu}$ , vaimennuskäämien virrat  $i_{D,pu}$  ja  $i_{Q,pu}$  sekä koneen sähköinen vääntömomentti  $t_e$ . Simulointi edellyttää luonnollisesti tahtikoneen induktanssien ja resistanssien tuntemista.

Simulointi etenee seuraavan kaavion mukaisesti:

0	Alustetaan käämivuo- ja virtamuuttujille järkevät alkuarvot, lasketaan	
	induktanssimatriisin käänteismatriisi	
1	Lasketaan staattorijännitteen $u_{s,pu}(k)$ avulla staattorikäämivuon $\psi_{s,pu}$	(k) derivaatat
	staattorikoordinaatistossa x- ja y-suunnassa	
	$\frac{\mathrm{d}\psi_{\mathrm{sx,pu}}(\mathbf{k})}{\mathrm{d}t} = \omega_{\mathrm{n}} \cdot \left[ u_{\mathrm{sx,pu}}(\mathbf{k}) - i_{\mathrm{sx,pu}}(\mathbf{k}-1) \cdot r_{\mathrm{s}} \right]$	
	$\frac{\mathrm{d}\psi_{\mathrm{sy,pu}}(\mathbf{k})}{\mathrm{d}t} = \omega_{\mathrm{n}} \cdot \left[ u_{\mathrm{sy,pu}}(\mathbf{k}) - i_{\mathrm{sy,pu}}(\mathbf{k}-1) \cdot r_{\mathrm{s}} \right]$	(7.142)

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & \text{Lasketaan vaimennuskäämin ja magnetointikäämin käämivoiden derivaatat roottori-koordinaatistossa 
$$& \frac{d\psi_{\mathrm{F,pu}}}{dt}(\mathbf{k}) = \omega_{\mathrm{n}} \cdot [\mu_{\mathrm{F,pu}}(\mathbf{k}) - i_{\mathrm{F,pu}}(\mathbf{k} - 1) \cdot r_{\mathrm{F}}] \\ & \frac{d\psi_{\mathrm{D,pu}}}{dt}(\mathbf{k}) = -\omega_{\mathrm{n}} \cdot i_{\mathrm{D,pu}}(\mathbf{k} - 1) \cdot r_{\mathrm{D}} \\ & \frac{d\psi_{\mathrm{Q,pu}}(\mathbf{k})}{dt} = -\omega_{\mathrm{n}} \cdot i_{\mathrm{Q,pu}}(\mathbf{k} - 1) \cdot r_{\mathrm{Q}} \\ & (7.143) \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 3 & \text{Integroidaan käämivoille uudet arvot laskettujen derivaattojen avulla} \\ & \psi_{\mathrm{sx}}(\mathbf{k}) = \psi_{\mathrm{sx}}(\mathbf{k} - 1) + \frac{d\psi_{\mathrm{sx}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot T \\ & \psi_{\mathrm{sy}}(\mathbf{k}) = \psi_{\mathrm{sy}}(\mathbf{k} - 1) + \frac{d\psi_{\mathrm{sy}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot T \\ & \psi_{\mathrm{D}}(\mathbf{k}) = \psi_{\mathrm{D}}(\mathbf{k} - 1) + \frac{d\psi_{\mathrm{D}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot T \\ & \psi_{\mathrm{D}}(\mathbf{k}) = \psi_{\mathrm{Q}}(\mathbf{k} - 1) + \frac{d\psi_{\mathrm{C}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot T \\ & \psi_{\mathrm{p}}(\mathbf{k}) = \psi_{\mathrm{p}}(\mathbf{k} - 1) + \frac{d\psi_{\mathrm{C}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot T \\ & \frac{d\psi_{\mathrm{Q}}(\mathbf{k}) = \psi_{\mathrm{p}}(\mathbf{k} - 1) + \frac{d\psi_{\mathrm{C}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot T \\ & \frac{d\psi_{\mathrm{Q}}(\mathbf{k}) = \psi_{\mathrm{p}}(\mathbf{k} - 1) + \frac{d\psi_{\mathrm{C}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot T \\ & \frac{d\psi_{\mathrm{Q}}(\mathbf{k}) = \psi_{\mathrm{p}}(\mathbf{k} - 1) + \frac{d\psi_{\mathrm{C}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot T \\ & \frac{d\psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k}) = \psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k} - 1) + \frac{d\psi_{\mathrm{R}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot T \\ & \frac{d\psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k}) = \psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k} - 1) + \frac{d\psi_{\mathrm{R}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot T \\ & \frac{d\psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k}) = \psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k} - 1) + \frac{d\psi_{\mathrm{R}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot T \\ & \frac{d\psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k}) = \psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k} - 1) + \frac{d\psi_{\mathrm{R}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot T \\ & \frac{d\psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k}) = \psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k}) + \frac{d\psi_{\mathrm{R}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot T \\ & \frac{d\psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k}) = \psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k}) + \frac{d\psi_{\mathrm{R}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot T \\ & \frac{d\psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k}) = \psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k}) \cdot \frac{d\psi_{\mathrm{R}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot T \\ & \frac{d\psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k}) - \psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k}) \cdot \frac{d\psi_{\mathrm{R}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot T \\ & \frac{d\psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k}) - \psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k}) \cdot \frac{d\psi_{\mathrm{R}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot T \\ & \frac{d\psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k}) - \psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k}) \cdot \frac{d\psi_{\mathrm{R}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot T \\ & \frac{d\psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k}) \cdot \frac{d\psi_{\mathrm{R}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot \frac{d\psi_{\mathrm{R}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot T \\ & \frac{d\psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k}) \cdot \frac{d\psi_{\mathrm{R}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot \frac{d\psi_{\mathrm{R}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot T \\ & \frac{d\psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k}) \cdot \frac{d\psi_{\mathrm{R}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot \frac{d\psi_{\mathrm{R}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot T \\ & \frac{d\psi_{\mathrm{R}}(\mathbf{k}) \cdot \frac{d\psi_{\mathrm{R}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot \frac{d\psi_{\mathrm{R}}}{dt}(\mathbf{k}) \cdot \frac{d\psi_{\mathrm{R}$$$$

# 7.11 Tahtikoneen vektorisäädön toteutus

Kuva 7.29 esittää tahtikoneen vektorisäädön perussignaalikäsittelykaaviota. Kaaviossa esiintyvät säätimet ovat yleensä PI-säätimiä. Moottorin virrat ja roottoriasento mitataan, siirrytään kaksivaiheiseen roottoriorientoituneeseen esitykseen, lasketaan moottorimallin avulla käämivuota ja vääntömomenttia tuottavat virran komponentit. Nopeussäädin tuottaa vääntöohjeen, josta saadaan vastaava virtaohje. Jännitteenrajoitin on olennainen kentänheikennyssäätöä silmälläpitäen. Ristikkäisvaikutusten poisto tapahtuu sitä varten suunnitellussa piirissä. Kuvassa esiintyvät kulmanopeudet ovat sähköisiä kulmanopeuksia.



Kuva 7.29 Tahtikoneen virtavektorisäätö magnetointikäämivuo-orientoidussa järjestelmässä.

Tarkastellaan aluksi magnetoivan ja sähköistä vääntömomenttia aikaansaavien virtakomponenttien lasketaan ohjearvojen muodostamista. Nämä virtaohieet käämivuovääntömomenttikoordinaatistossa. Tämän koordinaatiston akseleita kutsutaan käämivuoja vääntömomenttiakseleiksi, ja ne on esitetty aiemmin kuvassa 7.4. Siten virtaohjeiden niminä ovat jatkossa käämivuoakselin suuntainen virtaohje ja vääntömomenttiakselin suuntainen virtaohje.

Vääntömomenttiohje saadaan nopeussäätäjän lähdöstä ja säätäjän tulossa on nopeuden ohjeen ja oloarvon erosuure. Nopeussäätäjä on PI-säädin. Nopeusohje saadaan prosessia ohjaavalta järjestelmältä. Koska sähköinen vääntömomentti on verrannollinen staattorivirran ja staattorikäämivuon itseisarvoihin, saadaan vääntömomenttiakselin suuntainen virtaohje, kun vääntömomenttiohje jaetaan käämivuon ohjeella.

Käämivuoakselin suuntainen virtaohje saadaan käämivuosäätäjän lähdöstä. Käämivuosäätäjä on myös PI-säädin. Sen tulossa on magnetoimisvirran ohjeen ja oloarvon erotus. Käämivuon ohje riippuu pyörimisnopeuden oloarvosta. Alle nimellisellä nopeudella käämivuo pidetään nimellisenä. Nimellisnopeutta suuremmilla nopeuksilla käämivuota pienennetään kääntäen verrannollisena nopeuteen. Jälkimmäistä aluetta kutsutaan kentänheikennysalueeksi.

Kentänheikennysaluetta käyttämällä rajoitetaan koneen liitinjännite nimelliseksi taajuuden kasvaessa suuremmaksi kuin koneen nimellistaajuus. Tarkastellaan aluksi liikejännitteen yhtälöä staattorikoordinaatistossa:

$$\boldsymbol{e}_{s} = -j\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\psi}_{s}. \tag{7.147}$$

Riittää, että tarkastellaan vain itseisarvoja:

$$|\boldsymbol{e}_{\mathrm{s}}| = |\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}|. \tag{7.148}$$

Mekaanisen kulmanopeuden osalta tiedetään tahtikoneen tapauksessa seuraavaa:

$$\Omega = 2\pi n, \quad n = \frac{f}{p}, \quad (7.149)$$

$$\Omega \qquad \text{mekaaninen kulmanopeus}$$

$$n \qquad \text{pyörimisnopeus [1/s]}$$

$$f \qquad \text{taajuus}$$

$$p \qquad \text{koneen napapariluku.}$$

Kun otetaan huomioon, että staattorijännitteen itseisarvo  $|u_s|$  ei eroa liikejännitteen itseisarvosta  $|e_s|$  kuin resistiivisten jännitehäviöiden verran, voidaan kirjoittaa sijoitusten jälkeen:

$$|\boldsymbol{u}_{s}| \approx |\boldsymbol{\psi}_{s}| \cdot \frac{2\pi}{p} \cdot f$$
 (7.150)

Jos tarkastellaan asiaa käämivuon kannalta ja otetaan huomioon pelkästään verrannollisuussuhteet, saadaan:

$$|\boldsymbol{\psi}_{\rm s}| \sim \frac{|\boldsymbol{u}_{\rm s}|}{f}.\tag{7.151}$$

Tästä nähdään, että käämivuo pysyy vakiona, jos liitinjännitteen ja taajuuden suhde pidetään vakiona. Samoin nähdään, että jännite pysyy vakiona, jos käämivuota pienennetään kääntäen verrannollisena taajuuteen. Kuva 7.30 esittää staattorikäämivuon ja jännitteen taajuuden funktiona. Jos koneen käämivuon ei sallittaisi pienentyä, pitäisi staattorijännitettä pystyä jatkossakin kasvattamaan verrannollisena taajuuteen (kuvassa 7.30 nousevan suoran jatke). Tätä ei kuitenkaan voida tehdä, sillä verkkojännitteestä tasasuunnattua jännitettä ei voi kohottaa järkevästi tätä suuremmaksi. Toisaalta kentänheikennyspisteen määrittäminen kuluu sähkökäytön suunnitteluun, sillä yleensä moottori kannattaa mitoittaa niin, että suurilla nopeuksilla siirrytään kentänheikennykseen. Muutoin moottorin koko jouduttaisiin mitoittamaan epäedullisen suureksi, jotta pienillä nopeuksilla saataisiin haluttu täysi vääntömomentti. Kentänheikennyspisteen valinta kuuluu siis koneen mitoittamiseen kyseessä olevaan käyttöön sopivaksi.



Kuva 7.30 Tahtikoneen vakiokäämivuoalue ja kentänheikennysalue. Vaaka-akselilla ovat taajuus f ja sähköinen kulmataajuus  $\omega$  tai mekaaninen kulmataajuus  $\Omega$ .  $f_N$ ,  $\omega_N$  ja  $\Omega_N$  ovat näiden nimellisarvot. Pystyakselilla ovat staattorijännite  $u_s$  ja staattorikäämivuo  $\psi_s$ .  $U_N$  ja  $\psi_N$  ovat näiden nimellisarvot. Vakiovuoalueella annetaan jännitteen ja taajuuden kasvaa samassa suhteessa, ja pidetään näin staattorikäämivuon itseisarvo vakiona. Nimellispisteen yläpuolella pienennetään käämivuota kääntäen verrannollisena nopeuteen ja taajuuteen, ja saadaan jännite näin pysymään vakiona.

Staattori- ja ilmavälikäämivuon oloarvot lasketaan käyttämällä koneen käämivuoyhtälöitä. Näitä varten tarvitaan mittaustiedot vaihevirroista, napakäämivirrasta ja roottorin asentokulmasta sekä lasketut vaimennuskäämivirrat. Vaihevirrat muunnetaan roottorikoordinaatiston virroiksi, ja siihen tarvitaan asentokulmatieto.

$$\psi_{sd} = \psi_{md} + L_{s\sigma} \cdot i_{d} = L_{md} \cdot (i_{d} + i_{D} + i_{F}) + L_{s\sigma} \cdot i_{d}, \qquad (7.152)$$
  
$$\psi_{sq} = \psi_{mq} + L_{s\sigma} \cdot i_{q} = L_{mq} \cdot (i_{q} + i_{Q}) + L_{s\sigma} \cdot i_{q}. \qquad (7.153)$$

Saaduista pitkittäisestä ja poikittaisesta komponentista lasketaan käämivuon itseisarvo ja napakulma.

$$\left| \boldsymbol{\psi}_{\rm s} \right| = \sqrt{\psi_{\rm sd}^2 + \psi_{\rm sq}^2} \,, \tag{7.154}$$

$$|\psi_{\rm m}| = \sqrt{\psi_{\rm md}^2 + \psi_{\rm mq}^2},$$
 (7.155)

$$\delta_{\rm s} = \arctan \frac{\psi_{\rm sq}}{\psi_{\rm sd}},\tag{7.156}$$

$$\delta_{\rm m} = \arctan \frac{\psi_{\rm mq}}{\psi_{\rm md}} \tag{7.157}$$

Tätä käämivoiden laskentatapaa kutsutaan usein virtamalliksi. Koska vaimennuskäämivirtoja on mahdotonta mitata, pyritään ne eliminoimaan ja käyttämään niiden asemesta sopivia aikavakioesityksiä. Tarkastellaan tätä eliminointitehtävää roottorikoordinaatistossa. Kirjoitetaan ensin pitkittäinen ja poikittainen käämivuokomponentti

$$\psi_{\rm md} = +i_{\rm md} L_{\rm md} = L_{\rm md} (i_{\rm F} + i_{\rm d} + i_{\rm D}), \qquad (7.158)$$

$$\psi_{mq} = i_{mq} L_{mq} = L_{mq} (i_q + i_Q),$$
 (7.159)

sekä roottorin pitkittäisen vaimennuskäämityksen jänniteyhtälö

$$u_{\rm D} = 0 = R_{\rm D} i_{\rm D} + \frac{\mathrm{d}\psi_{\rm D}}{\mathrm{d}t} = R_{\rm D} i_{\rm D} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\psi_{\rm md} + i_{\rm D} L_{\rm D\sigma}\right).$$
(7.160)

Otetaan käyttöön seuraavat roottorivaimennusta kuvaavat aikavakiot

$$\tau_{\rm rD} = \frac{L_{\rm mD} + L_{\rm D\sigma}}{R_{\rm D}},\tag{7.161}$$

$$\tau_{\rm rD\sigma} = \frac{L_{\rm D\sigma}}{R_{\rm D}} \,. \tag{7.162}$$

Sijoitetaan jänniteyhtälöön käämivuon yhtälö

$$0 = R_{\rm D}i_{\rm D} + \frac{\rm d}{{\rm d}t} \left( L_{\rm md} \left( i_{\rm F} + i_{\rm d} + i_{\rm D} \right) + i_{\rm D} L_{\rm D\sigma} \right),$$
(7.163)

ja kehitetään lauseketta edelleen

7.44

$$0 = i_{\rm D} + \frac{\rm d}{\rm d}t \left( \frac{L_{\rm md}}{R_{\rm D}} \left( i_{\rm F} + i_{\rm d} + i_{\rm D} \right) + i_{\rm D} \frac{L_{\rm D\sigma}}{R_{\rm D}} \right),$$
(7.164)

$$0 = i_{\rm D} + \frac{\rm d}{\rm d}t \left( \frac{L_{\rm md}}{R_{\rm D}} \left( i_{\rm F} + i_{\rm d} \right) + i_{\rm D} \frac{L_{\rm D\sigma} + L_{\rm md}}{R_{\rm D}} \right).$$
(7.165)

Nyt saadaan

$$\left[1 + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{L_{\mathrm{D}\sigma} + L_{\mathrm{md}}}{R_{\mathrm{D}}}\right] i_{\mathrm{D}} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{L_{\mathrm{md}}}{R_{\mathrm{D}}} \left(i_{\mathrm{F}} + i_{\mathrm{d}}\right), \qquad (7.166)$$

$$\left[1+\tau_{\rm rD}\frac{\rm d}{\rm d}t\right]i_{\rm D} = +\tau_{\rm rD\sigma}\frac{\rm d}{\rm d}t\left(i_{\rm F}+i_{\rm d}\right)-\tau_{\rm rD}\frac{\rm d}{\rm d}t\left(i_{\rm F}+i_{\rm d}\right),\tag{7.167}$$

$$i_{\rm D} + \tau_{\rm rD} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left( i_{\rm F} + i_{\rm d} + i_{\rm D} \right) = \tau_{\rm rD\sigma} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left( i_{\rm F} + i_{\rm d} \right). \tag{7.168}$$

Kerrotaan puolittain magnetointi-induktanssilla ja lisätään kummallekin puolelle ilmavälikäämivuon lauseke

$$\tau_{\rm rD} \frac{\rm d}{{\rm d}t} L_{\rm md} (i_{\rm F} + i_{\rm d} + i_{\rm D}) + L_{\rm md} (i_{\rm F} + i_{\rm d} + i_{\rm D}) = L_{\rm md} (i_{\rm F} + i_{\rm d}) + \tau_{\rm rD\sigma} \frac{\rm d}{{\rm d}t} L_{\rm md} (i_{\rm F} + i_{\rm d}).$$
(7.169)

Nyt käämivuoyhtälö saadaan muotoon.

$$\tau_{\rm rD} \frac{\rm d}{{\rm d}t} \psi_{\rm md} + \psi_{\rm md} = L_{\rm md} \left( i_{\rm F} + i_{\rm d} \right) + \tau_{\rm rD\sigma} \frac{\rm d}{{\rm d}t} L_{\rm md} \left( i_{\rm F} + i_{\rm d} \right), \tag{7.169}$$

josta pitkittäinen ilmavälikäämivuo voidaan ratkaista

$$\psi_{\rm md} = L_{\rm md} (i_{\rm F} + i_{\rm d}) \frac{1 + \tau_{\rm rD\sigma} \frac{\rm d}{\rm dt}}{1 + \tau_{\rm rD} \frac{\rm d}{\rm dt}}.$$
(7.170)

Vastaavasti voidaan poikittaisakselin ilmavälikäämivuokomponentille etsiä vaimennuskäämin poikittaisista aikavakioista riippuva esitys

$$\psi_{mq} = L_{mq} i_q \frac{1 + \tau_{rQ\sigma} \frac{d}{dt}}{1 + \tau_{rQ} \frac{d}{dt}}.$$
(7.171)

Jos halutaan tietää vaimennuskäämivirrat, saadaan ne jakamalla vastaavat käämivuolausekkeet vastaavilla magnetointi-induktansseilla.

$$i_{\rm D} + i_{\rm F} + i_{\rm d} = \frac{\psi_{\rm md}}{L_{\rm md}} = (i_{\rm F} + i_{\rm d}) \frac{1 + \tau_{\rm rD\sigma} \frac{\rm d}{\rm dt}}{1 + \tau_{\rm rD} \frac{\rm d}{\rm dt}},$$
(7.172)

$$i_{\rm D} = (i_{\rm F} + i_{\rm d}) \left( \frac{1 + \tau_{\rm rD\sigma} \frac{\rm d}{\rm dt}}{1 + \tau_{\rm rD} \frac{\rm d}{\rm dt}} - 1 \right),$$
(7.173)

٠	
1	G
	а
J	

Sähkökäytöt, Juha Pyrhönen, LTY Sähkötekniikka

$$i_{Q} + i_{q} = \frac{\psi_{mq}}{L_{mq}} = i_{q} \frac{1 + \tau_{rQ\sigma} \frac{d}{dt}}{1 + \tau_{rQ} \frac{d}{dt}}.$$

$$i_{Q} = i_{q} \left(\frac{1 + \tau_{rQ\sigma} \frac{d}{dt}}{1 + \tau_{rQ} \frac{d}{dt}} - 1\right).$$
(7.174)
(7.175)

aikavakiot Hajakomponenttien ovat niin lyhyet verrattuna nimittäjissä esiintyviin vaimennusaikavakioihin, että voidaan joissain tapauksissa jättää huomiotta. ne Vaimennuskäämivirrat lasketaan tällöin virtamallissa muista dq-tason virroista, koska ne eivät ole mitattavissa. Muunnetaan yhtälöt Laplace-tasoon ja sisällytetään niihin vielä Canayn induktanssin vaikutus.

$$i_{\rm D} = \left( K_{\rm td} i_{\rm d} + K_{\rm tf} i_{\rm F} \right) \cdot \left( \frac{1}{\tau_{\rm rD} s + 1} - 1 \right), \tag{7.176}$$
$$i_{\rm Q} = K_{\rm tq} i_{\rm q} \cdot \left( \frac{1}{\tau_{\rm rQ} s + 1} - 1 \right). \tag{7.177}$$

Yhtälöitä vastaavat lohkokaaviot ovat kuvassa 7.31.



Kuva 7.31 Vaimennuskäämivirtojen laskeminen muista dq-tason virroista.  $i_F$  on napakäämivirta,  $i_d$  ja  $i_q$  ovat staattorivirran komponentit roottorikoordinaatistossa, ja  $i_D$  ja  $i_Q$  ovat lasketut vaimennuskäämivirrat. Suotolohkojen aikavakiot ovat  $\tau_{rD}$  ja  $\tau_{rQ}$ .  $K_{tF}$ ,  $K_{td}$  ja  $K_{tq}$  ovat kuvan vakiokertoimet.

Vaimennuskäämivirtojen laskentaan tarvittavat parametrit - kertoimet ja suotojen aikavakiot - saadaan

$$K_{\rm td} = \frac{L_{\rm md}}{L_{\rm md} + L_{\rm k\sigma} + L_{\rm D\sigma}},\tag{7.178}$$

$$K_{\rm tF} = \frac{L_{\rm md} + L_{\rm k\sigma}}{L_{\rm md} + L_{\rm k\sigma} + L_{\rm D\sigma}} , \qquad (7.179)$$

$$K_{\rm tq} = \frac{L_{\rm mq}}{L_{\rm mq} + L_{\rm Q\sigma}} , \qquad (7.180)$$

$$\tau_{\rm rD} = \frac{L_{\rm md} + L_{\rm k\sigma} + L_{\rm D\sigma}}{R_{\rm D}} , \qquad (7.181)$$

$$\tau_{\rm rQ} = \frac{L_{\rm mq} + L_{\rm Q\sigma}}{R_{\rm Q}} \,. \tag{7.182}$$

Seuraavassa esimerkissä tarkastellaan staattorikäämivuo-orientoitua säätöä. Käämivuoakselin ja sitä vastaan kohtisuorassa olevan pätötehoakselin suuntaiset virtaohjeet sekä staattorikäämivuon napakulman sini ja cosini lasketaan kuvan 7.32 esittämällä tavalla.



Kuva 7.32 Virtaohjeiden laskeminen.  $i_{\text{Tohje}}$  on pätötehoakselin suuntainen ja  $i_{\psi \text{ohje}}$  staattorikäämivuoakselin suuntainen virtaohje.  $\delta_{s}$  on staattorikäämivuon napakulma,  $|\psi_{s}|$  on itseisarvo ja  $|\psi_{\text{sohje}}|$  on ohjearvo.  $n_{\text{ohje}}$  on nopeuden ohjearvo ja n on oloarvo.  $i_{F}$  on napakäämivirran oloarvo,  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  ja  $i_{sc}$  ovat staattorin vaihevirtojen oloarvot.  $3\rightarrow 2$  -lohko tekee muunnoksen vaihevirroista roottorikoordinaatiston virroiksi.  $i_{d}$  ja  $i_{q}$  ovat staattorivirran oloarvon komponentit roottorikoordinaatistossa.  $\theta$  roottorin asentokulma.

Staattorikäämivuo voidaan virtamallin lisäksi laskea myös jännitemallilla. Jännitemallissa integroidaan liikejännitteestä käämivuo. Malli ei toimi nollanopeudella eikä pienillä nopeuksilla,

kun liikejännite on liian pieni. Lisäksi on tunnettava roottorin asentokulma, jotta käämivuo saataisiin siirretyksi roottorikoordinaatistoon, jossa siten tunnettaisiin sen itseisarvo ja napakulma.

Seuraava vaihe vektorisäädössä on roottorikoordinaatiston virtaohjeiden muodostaminen. Tässä välissä tarvitaan staattorikäämivuon napakulmaa, koska siirrytään käämivuokoordinaatistosta roottorikoordinaatistoon. Tähän tarvittavat yhtälöt ovat alla.

$$i_{\text{dohie}} = -\cos\delta_{s} \cdot i_{\text{wohie}} + \sin\delta_{s} \cdot i_{\text{Tohie}}$$
(7.183)

$$i_{\text{qohje}} = \sin \delta_{\text{s}} \cdot i_{\text{wohje}} + \cos \delta_{\text{s}} \cdot i_{\text{Tohje}}$$
(7.184)

Sama asia lohkokaaviota käyttäen on esitetty kuvassa 7.33.



Kuva 7.33 Roottorikoordinaatiston virtaohjeiden laskeminen staattorikäämivuokoordinaatiston virtaohjeista.  $i_{\text{Tohje}}$  on poikittaisakselin suuntainen ja  $i_{\text{wohje}}$  staattorikäämivuoakselin suuntainen virtaohje.  $\delta_s$  on staattorikäämivuon napakulma,  $i_{\text{dyohje}}$  on poikittaisen virran ohje ja  $i_{\text{dwohje}}$  pitkittäisen, konetta staattorikäämivuon suunnassa magnetoivan virran ohje.  $i_{\text{dohje}}$  on pitkittäinen virtaohje ja  $i_{\text{qohje}}$  poikittainen virtaohje.

Seuraavaksi on virtasäätö, kuva 7.34. Roottorikoordinaatiston virroille tehdään integroiva säätö. Tämän jälkeen näiden lähtöihin summataan myötäkytkentä liikejännitteistä. Koska koneen liikejännitteet ovat melko lähellä liitinjännitteitä, saadaan säätäjän lähtö näin oikealle alueelle helpommin ja säätäjän tarvitsee korjata vain mallin epäideaalisuudesta ja syklokonvertterin siltojen epälineaarisuudesta johtuvat virheet. Tämän jälkeen muunnetaan saadut ohjearvo-osuudet vaihekohtaisiksi. Koska integrointi tehdään roottorikoordinaatistossa, on integroitavina signaaleina tasasuureita, jolloin vältytään esim. vaihevirheiltä.

Ennen suhde- eli P-säätöä muunnetaan dq-virtaohjeet vaihevirtaohjeiksi, sillä P-säätö tehdään vaihevirroille toisin kuin I-säätö. Koska P-säätö tehdään vaihesuureille, voidaan paremmin estää nollakomponentin esiintymistä. Nollakomponentti ei näy roottorikoordinaatiston virroissa, kuten aiemmin osoitettiin. P-säätäjiltä saadaan toiset komponentit ohjearvoille. Nämä lasketaan yhteen eri

vaiheille ja saadaan ohjearvot, jotka ovat luonteeltaan lähinnä jänniteohjeita eri vaiheille. Näitä muokataan sitten edelleen, ja saadaan sytytyskulmaohjeet sytyttimille.



Kuva. 7.34 Staattorin virtasäätö. I-osa dq-tasossa, myötäkytkennät liikejännitteistä ja P-osa vaihesuureille.  $i_{dohje}$  on dakselin suuntainen virtaohje ja  $i_{qohje}$  q-akselin suuntainen virtaohje.  $\theta_r$  on roottorin asentokulma,  $\psi_q$  on staattorikäämivuon poikittainen komponentti.  $-\omega\psi_q$  on pitkittäinen liikejännite.  $\psi_q$  on staattorikäämivuon poikittainen komponentti.  $\omega\psi_d$  on poikittainen liikejännite.  $\omega$  on sähköinen kulmanopeus.  $i_{dohje}$  ja  $i_{qohje}$  ovat virtaohjeet roottorikoordinaatistossa ja  $i_{sa,ohje}$ ,  $i_{sb,ohje}$  ja  $i_{sc,ohje}$  staattorin vaihevirtojen ohjeet.  $i_d$ ,  $i_q$ ,  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  ja  $i_{sc}$  ovat vastaavat virtojen oloarvot. 2/3 -lohkot tekevät muunnoksen roottorikoordinaatistosta staattorin vaihesuureiksi.  $u_{sa,ohje}$ ,  $u_{sb,ohje}$  ja  $u_{sc,ohje}$ jänniteohjeet eri vaiheille ja  $\alpha_{sa}$ ,  $\alpha_{sb}$  ja  $\alpha_{sc}$  ohjauskulmat eri vaiheiden silloille.

Napakäämivirta on koneen toiminnan kannalta keskeinen suure. Sen täytyy muutostiloissa kompensoida pitkittäisen staattorivirran negatiivinen vaikutus ja pystyä pitämään haluttu staattorin tehokerroin. Haluttaessa pitää staattorin tehokerroin ykkösenä voidaan napakäämivirran ohje laskea seuraavasti:

$$i_{\text{Fohje}} = \frac{\left| \psi_{\text{sohje}} \right| \cdot \cos \delta_{\text{s}} - L_{\text{d}} \cdot i_{\text{dohje}}}{L_{\text{md}}}, \qquad (7.185)$$

jossa

- *i*<sub>Fohje</sub> on napakäämivirran ohjearvo

-  $|\psi_{\text{sohje}}|$  on staattorikäämivuon ohjearvo

-  $\delta_{s}$  on staattorikäämivuon napakulma

- *L*<sub>d</sub> on pitkittäinen tahti-induktanssi

- *L*<sub>md</sub> on pitkittäinen magnetointi-induktanssi

Napakäämivirran säätöön käytetään myös PI-säätäjää, ja säätäjältä saadaan lähinnä jänniteohje, josta muokataan ohjauskulmaohje magnetointisillalle kuvan 7.35 esittämällä tavalla. Napakäämivirran säätö täytyy osata virittää oikein, jottei muutostilassa saadaan aikaan värähtelevää säätöä. Vaikeutena edellä lasketun ohjearvon kannalta on, että magnetoimisinduktanssi eivät pysy vakiona, joten se olisi arvioitava ennen laskutoimituksen tekoa.



Napakäämivirtasäätäjä

Kuva 7.35 Napakäämivirtasäätäjä.  $|\psi_{\text{sohje}}|$  on staattorikäämivuon itseisarvon ohjearvo,  $i_{\text{dohje}}$  on  $i_{\text{d}}$ -virran ohjearvo,  $\delta_{\text{s}}$  tehokulma ja  $i_{\text{F}}$  on napakäämivirta.  $u_{\text{Fohje}}$  jänniteohje ja  $\alpha_{\text{F}}$  ohjauskulma magnetointisillalle.

Vektorisäätöön kuuluviksi edellä kuvatussa voidaan laskea vain virtamalli ja siihen liittyvät virtojen koordinaatistomuunnokset, vuosäätäjä sekä pitkittäisen ja poikittaisen virtaohjeen muodostus. Muu on tavanomaista säätöjärjestelmää säätäjineen. Tämä esimerkki tahtikoneen vektorisäädöstä pohjautuu todelliseen syklokonvertterikäyttöön, jota ABB on valmistanut. Säätö on siis toteutettu staattorikäämivuo-orientoituna. Tässä voidaan kysyä, pitäisikö vektorisäätö toteuttaa aina ilmavälikäämivuo-orientoituna, koska staattorikäämivuon hajakäämivuo-osuus ei tietenkään tuota vääntömomenttia. Jännitelähdetyyppisissä käytöissä - mitä syklokonvertterikin edustaa - on kuitenkin aina tarkkailtava jännitteen riittävyyttä, joten staattorikäämivuoperustainen säätö puoltaa hyvin paikkaansa. Kuvassa 7.32 esiintyy virtaohje *i*<sub>Tohje</sub>, vaikka voidaan oikeutetusti väittää, että tämä virta ei suinkaan kokonaan tuota vääntömomenttia, koska se ei ole kohtisuorassa ilmavälikäämivuota kohden. Ilmavälikäämivuoperustainen säätö vastaisi itseasiassa parhaiten täysinkompensoidun tasavirtakoneen säätöä, mutta käytännössä säätöperustaksi valitaan kuitenkin usein staattorikäämivuo sen jänniteriippuvuuden vuoksi. Kuva 7.36 havainnollistaa eroa staattorikäämivuoperustaisen ja ilmavälikäämivuoperustaisen säädön välillä.



Kuva 7.36 Staattorikäämivuoperustainen ja ilmavälikäämivuoperustainen säätö.

Kuvan perusteella havaitaan, että toimittaessa nimellisjännitteellä ja pidettäessä tehokerroin ja staattorivirran itseisarvo ykkösenä saadaan tietty vääntömomentti (esim. nimellinen). Kun ilmavälikäämivuota staattorivirta pidetään kohtisuorassa vastaan, ja jännite määrä edellistä pienempi teho samalla virralla, staattorikäämivuon pituuden, saadaan sillä staattorikäämivuo on nyt pienentynyt. Teho on pienentynyt nyt  $\cos \varphi = 0.85$ :n määräämällä tavalla. Sama huomataan vääntömomentista. Vaikka virran itseisarvo on sama, on ilmavälikäämivuo lyhentynyt 15 %, joten vääntömomentti on pienentynyt 85 %:iin viereisen kuvan arvosta. Huomaa myös vastaava magnetointivirran pieneneminen. Näyttäisi siis siltä, että tietyllä jännitteellä toimittaessa on luontevinta valita staattorikäämivuoperustainen säätö ja käyttää tehokerrointa  $\cos \varphi$ = 1.



Kuvaan 7.37 on koottu edellä esitetyn staattorikäämivuoperustaisen syklokonvertterin säätökaavion kokonaishahmotelma.

Kuva 7.37 Staattorikäämivuoperustaisen syklokonvertterikäytön kaavio.

Sylkokonvertterikäyttö voi toimia myös generaattorina, joten esitetään tässä yhteydessä vielä tahtikoneen vektoripiirros generaattorikäytössä. Esityksessä käytetään samaa logiikkaa kuin moottorikäytössä.



Kuva 7.38 Käyttö tyhjäkäynnissä ja generaattorina tehokertoimella  $\cos \varphi = 1$ .