

**Marika Toivola ja Tiina Härkönen**

**AVOIN MATEMATIIKKA**

**Osio 3: Tasogeometriaa**

Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 3.0 -lisenssillä.

## Kartoitusmenetelmät

Kartta on mittakaavan mukaan pienenetty ja yleistetty kuva jostakin alueesta. Kun kuvataan kuperaa maapallon pintaa tasossa, syntyy vääristymiä, jotka ovat sitä suurempia mitä laajempia alueita kartalla kuvataan. Jotta maapallon pintaa voitaisiin kuvata mahdollisimman pienin virhein, on kehitetty erilaisia karttaprojektioita. Eri karttaprojektioissa jokin perusominaisuus on oikein, mutta muissa ominaisuuksissa esiintyy vääristymiä.

Suomea kuvaavissa kartoissa käytetään Gauss-Krügerin projektiota, joka on oikeakulmainen karttaprojektio. Siinä muodot ja kulmat vastaavat todellisuutta. Oikeakulmaisessa kartassa valtioiden muodot ovat siis tunnistettavia, mutta niiden kokojen vertaaminen on mahdotonta. Myös merikartoissa käytetään useimmiten oikeakulmaista projektiota. Jos halutaan vertailla alueiden pinta-aloja, on käytettävä oikeapintaista karttaprojektiota. Siinä esimerkiksi valtioiden pinta-alojen suhteet ovat samat kuin todellisuudessa, mutta monet niistä ovat muodoltaan vääristyneitä. Etäisyyttä kuvaavissa kartoissa käytetään oikeapituista koordinaatistoa, jossa mittakaava säilyy muuttumattomana koko kartan alueella.

Projektion lisäksi kartassa on tärkeä myös koordinaatisto. Suomalaisissa kartoissa käytetty kartastokoordinaattijärjestelmä (KKJ) perustuu maapallon pinnanmuodon jäljittelemiseen. KKJ-koordinaatit voidaan esittää joko maantieteellisinä koordinaatteina eli leveys- ja pituusasteina tai suorakulmaisina  $xy$ -koordinaatteina. Lisäksi käytössä on koko maan peittävä yhtenäiskoordinaatisto (YKJ).

GPS-mittausten yleistymisestä johtuen on alettu kiinnittää entistä enemmän huomiota koordinaattijärjestelmiin ja niiden tarkkuuteen. Suomessa ollaankin siirtymässä kansainvälisiin koordinaattijärjestelmiin pohjautuvan EUREF-FIN –koordinaatiston käyttöön, joka on nykyistä tarkempi ja sopii paremmin käytettäväksi myös satelliittipaikannukseen.

Maailmanlaajuinen satelliittipaikannus GPS (Global Positioning System) on Yhdysvaltojen puolustusministeriön ylläpitämä järjestelmä. Sen kehittäminen aloitettiin vuonna 1973 sotilaallisia tarkoituksia varten. Se perustuu 24 paikannussatelliittiin, joilta saaduilla tiedoilla pystytään määrittämään GPS-paikantimen sijainti melko tarkasti. GPS-paikannin laskee saadun datan ja radioaaltojen etenemisnopeuden perusteella, kuinka kaukana se on satelliitista ja kun tiedetään etäisyys kolmesta satelliitista, voidaan sijainti laskea. Neljättä satelliittia käytetään varmennukseen. Järjestelmä tarvitsee myös maa-asemia ylläpitoa ja valvontaa varten.

GPS-satelliitit käyttävät kahta eri lähetystaajuutta, joista toinen on salattu ja käytössä vain Yhdysvaltojen puolustusvoimilla. Siviilikäyttöön tarkoitettu GPS eli SPS (Standard Positioning System) on epätarkempi kuin vastaava USA:n puolustusvoimien GPS eli PPS (Precise Positioning System). Aiemmin Yhdysvallat lähetti lisäksi tahallista häiriösignaalia SA (Selective Availability) siviilitaajuudella, mutta tämä häirintä lopetettiin 2.5.2000, minkä johdosta GPS:n tarkkuus lisääntyi huomattavasti.

## 2. Mittakaava

Kartta on *pienennetty* kuva alueesta, siinä muodot ovat samat kuin todellisuudessa, mutta koko on erilainen. Jotta kartalta pystyttäisiin määrittämään välimatkan todellinen pituus, on siitä löydettävä tiedot käytetystä mittakaavasta. Jos taas halutaan tutkia tarkemmin esimerkiksi pieneliöiden yksityiskohtia, kuviosta tehdään *suurennos*. Pientäminen ja suurentaminen ovat *yhdenmuotoisuuskuvauksia*, niissä kuvion muoto säilyy, mutta koko muuttuu.

Yhdenmuotoisten kuvioiden vastinsivujen suhdetta kutsutaan *yhdenmuotoisuussuhteeksi* eli *mittakaavaksi*.

Mittakaava ilmaistaan tavallisesti muodossa, jossa edellinen tai jälkimmäinen jäsen on yksi. Pienennöksissä suhdetta ilmaisevan kaksoispisteen edessä on ykkönen. Suurennoksissa puolestaan ykkönen on mittakaavan merkinnässä kaksoispisteen jäljessä.

Koska mittakaava on suhdeluku, jolla ei ole yksikköä, voidaan tarkasteluyksiköt valita vapaasti. Suhteeseen on kuitenkin sijoitettava luvut samoissa yksiköissä. Esimerkiksi kartan mittakaava 1 : 1000 voidaan tulkita siten, että 1 m kartalla vastaa 1000 m luonnossa tai 1 mm kartalla vastaa 1000 mm luonnossa. Senttimetrit ovat kuitenkin yleensä kartalla käytännöllisimpiä.

### Esimerkki 1.

Helsingin opaskartta on tehty mittakaavassa 1 : 20 000. Matka eduskuntatalolta presidentin linnaan Mannerheimintietä ja Esplanadia pitkin on kartalta mitattuna 8 cm. Kuinka pitkä matka on todellisuudessa?

### Ratkaisu:

Suhde 1 : 20 000 tarkoittaa, että yhden senttimetrin matka kartalla vastaa luonnossa 20 000 cm:n matkaa. 8 cm:n matka kartalla on tällöin luonnossa  $8 \text{ cm} \cdot 20\,000 = 160\,000 \text{ cm} = 1,6 \text{ km}$ .

Vastaus: Matka on 1,6 km pitkä.

### Esimerkki 2.

Lasketaan muurahaisen todellinen koko, kun kuva on mittakaavassa 6 : 1.

Muurahaisen keskiosan pituus kuvassa on 20 mm. Todellinen pituus saadaan verrannon avulla.



$$\frac{6 \text{ mm}}{20 \text{ mm}} = \frac{1 \text{ mm}}{x}$$

kerrotaan ristiin

$$6 \text{ mm} \cdot x = 20 \text{ mm} \cdot 1 \text{ mm} \quad || : 6 \text{ mm}$$

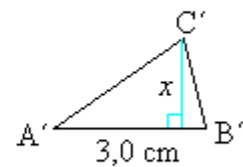
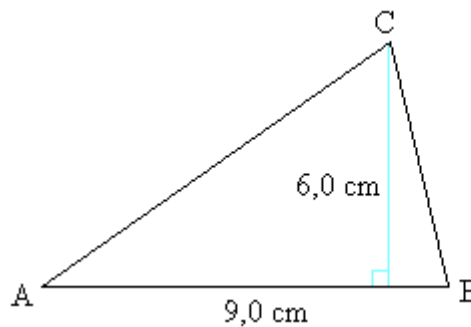
$$x = \frac{20 \text{ mm} \cdot 1 \text{ mm}}{6 \text{ mm}}$$

$$x = 3,3 \text{ mm}$$

Vastaus: Muurahaisen pituus luonnossa on 3,3 mm.

### Esimerkki 3.

Kolmiot ABC ja A'B'C' ovat yhdenmuotoiset. Mikä on käytetty mittakaava ja kolmion A'B'C' korkeus?



### Ratkaisu:

Mittakaava on vastinsivujen suhde  $AB : A'B' = 9,0 \text{ cm} : 3,0 \text{ cm} = 3 : 1$

Koska vastinsivujen suhde säilyy samana, voidaan muodostaa verranto korkeuden ratkaisemiseksi.

$$\frac{9,0 \text{ cm}}{3,0 \text{ cm}} = \frac{6,0 \text{ cm}}{x}$$

kerrotaan ristiin

$$x \cdot 9,0 \text{ cm} = 3,0 \text{ cm} \cdot 6,0 \text{ cm} \quad || : 9,0 \text{ cm}$$

$$x = \frac{18,0 \text{ cm}^2}{9,0 \text{ cm}}$$

$$x = 2,0 \text{ cm}$$

Vastaus: Mittakaava on 3 : 1 ja pienemmän kolmion korkeus on 2,0 cm.

## Tehtäviä

21.

Täydennä mittakaavan merkintätapaa käsittelevät lauseet.

- a) Pienennöksissä suhdetta ilmaisevan kaksoispisteen \_\_\_\_\_ on ykkönen.
- b) Suurennoksissa suhdetta ilmaisevan kaksoispisteen \_\_\_\_\_ on ykkönen.

22.

Kumpi mittakaavoista on suurempi?

- a) 1 : 100 000 vai 1 : 10 000
- b) 1 : 50 vai 1 : 500
- c) 150 : 1 vai 1 500 : 1
- d) 10 : 1 vai 1 : 1

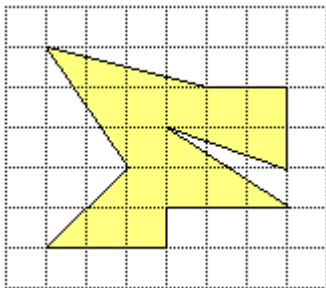
23.

Miten mittakaavalla merkitään, että kuva on

- a) suurennettu 25-kertaiseksi
- b) pienennetty tuhannesosaan?

24.

Piirrä kuvio vihkoosi mittakaavassa 2 : 1.



25.

Piirrä vihkoosi kolmio, joka on yhdenmuotoinen kolmion ABC kanssa mittakaavassa

- a) 2 : 1
- b) 1 : 2



26.

Mikä seuraavista kartan mittakaavan 1 : 5000 tulkintatavoista on oikein?

- a) 1 m kartalla vastaa 5000 m luonnossa.
- b) 1 cm kartalla vastaa 50 m luonnossa.
- c) 1 mm kartalla vastaa 5 m luonnossa.

27.

Rakentaja on piirtänyt suunnitelmat siten, että 10 metrin matkaa luonnossa vastaa yhden senttimetrin matka kartalla. Kuinka pitkä on luonnossa kartalla 14 cm pituinen tie?

28.

Kartan mittakaava on 1 : 20 000. Kartalla matka on 56 cm, kuinka pitkä matka on luonnossa?

29.

Jyväskylän ja Pieksämäen välinen etäisyys on 88 km. Montako senttiä etäisyys on kartalla, jonka mittakaava on 1 : 400 000?

**30.**

Elektronimikroskoopilla kohde suurennetaan 15000-kertaiseksi. Mikä on tällöin mittakaava?

**31.**

Elektronimikroskoopista saatu kuva suurennetaan vielä optisesti 150-kertaiseksi. Mikä on kuvan mittakaava?

———— soveltavat tehtävät ————

**32.**

Suorakulmaisen särmiön muotoisen pöydän pidempi sivu on luonnossa 2,10 m ja lyhempi sivu 0,70 m. Mikä on käytetty mittakaava, kun kuvassa

- a) pidempi sivu on 1,4 cm
- b) lyhyempi sivu on 1,4 cm?

**33.**

Mikä on käytetty mittakaava, jos pieneliön todellinen pituus on 0,23 mm ja kuvassa sen pituus on

- a) 23 cm
- b) 11,5 dm
- c) 2,07 m?

**34.**

Jalkapallokenttä on kooltaan 105 m x 70 m. Piirrä kenttä mittakaavassa 1:1 000.

**35.**

Maailman pisin silta on Mandevillen ja Metrairien (Louisiana, USA) yhdistävä Second Lake Pontchartrain –pengertie. Silta valmistui vuonna 1969. Kuinka pitkä silta on kartalla, jonka mittakaava on 1 : 80 000, kun se luonnossa on 38,42 km?

**36.**

The scale of map is 1 : 1000. Find the actual length in metres represented on the map by 30 cm.

**37.**

Oulusta Tampereelle on matkaa 487 km. Mikä on kaupunkien välinen etäisyys

- a) autoilijan tiekartalla, jonka mittakaava on 1 : 800 000?
- b) GT-kartalla, jonka mittakaava on 1 : 200 000?
- c) yleistiekartalla, jonka mittakaava on 1 : 1 600 000?

**38.**

Ilmoita kaupunkien väliset etäisyydet luonnossa, kun tiedetään niiden välinen matka autoilijan tiekartalla.

- a) Porista Vaasaan 24,1 cm
- b) Kuhmosta Tornioon 48,5 cm
- c) Rovaniemeltä Helsinkiin 104,6 cm
- d) Forssasta Tampereelle 11,5 cm.

**39.**

Asunnon pohjapiirustuksen mittakaava on 1 : 200. Olohuone on piirustuksessa 4,5 cm pitkä ja 3,0 cm leveä. Mikä on olohuoneen pinta-ala todellisuudessa?

**40.**

The distance between two points is 15 km. How far apart will they be on a map of scale 1 : 50 000?

**41.**

A swimming pool 50 m by 25 m, is drawn to scale of 1 : 250. How big is it in the drawing?

\_\_\_\_\_ vaativat tehtävät \_\_\_\_\_

**42.**

Valokuvanegatiivin koko on 24 mm x 36 mm. Negatiivista tehdyn suurennoksen pitempi sivu on 15 cm. Laske suurennoksen pinta-ala. (yo syksy 1993)

**43.**

Maantiekartassa on joitakin teiden risteyksiä merkitty ympyrällä, jonka halkaisija on 1,8 mm. Mitä risteysalueen halkaisijaa tämä vastaa todellisuudessa, kun kartan mittakaava on 1:200 000? Jos risteysalueen halkaisija todellisuudessa on 25 m, niin kuinka suuri sen tulisi kyseisellä kartalla olla? (yo kevät 2001)

## 12. Ympyrän kehän pituus ja pinta-ala



Jokaisen ympyrän kehän pituuden  $p$  ja halkaisijan pituuden  $d$  suhde on sama luku. Tämän suhteen tarkkaa arvoa merkitään kreikkalaisella kirjaimella  $\pi$ :

$$\pi = \frac{p}{d} \approx 3,1415926535\dots$$

$\pi$  (luetaan: pii) on päättymätön ja jaksoton desimaaliluku (eli irrationaaliluku). Sekä ympyrän kehän pituuden että ympyrän pinta-alan laskuissa käytetään yleensä laskimessa olevaa  $\pi$ :n likiarvoa tai likiarvoa 3,14.

Koska ympyrän halkaisijan pituus on kaksi kertaa säteen pituus, voidaan ympyrän kehän pituuden ja ympyrän pinta-alan laskukaavat muodostaa joko halkaisijan tai säteen avulla.

Ympyrän kehän pituus  $p$  on luvun  $\pi$  ja halkaisijan  $d$  pituuden tulo

$$p = \pi d = 2\pi r.$$

Ympyrän pinta-ala  $A$  on luvun  $\pi$  ja säteen  $r$  neliön tulo.

$$A = \pi r^2$$

### Esimerkki 1.

Linnanmäellä olevan maailmanpyörän halkaisija on 24,0 m. Lasketaan kuinka pitkä matka kuljetaan yhden kierroksen aikana laskemalla maailmanpyörän kehän pituus

$$p = \pi d = 3,14 \cdot 24,0 \text{ m} = 75,4 \text{ m}$$

Vastaus: Yhden kierroksen aikana kuljetaan 75,4 metriä.



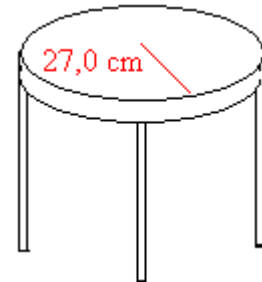


### **Esimerkki 2.**

Lasketaan ympyrän muotoisen yöpöydän pinta-ala, kun sen säde on 27,0 cm.

$$A = \pi r^2 = 3,14 \cdot (27,0 \text{ cm})^2 = 2289 \text{ cm}^2 \approx 2290 \text{ cm}^2$$

Vastaus: Yöpöydän pinta-ala on 2290 cm<sup>2</sup> eli 0,229 m<sup>2</sup>.



## Tehtäviä

**192.**

Laske ympyrän kehän pituus, kun ympyrän halkaisija on

- a) 1,0 cm
- b) 3,0 cm
- c) 5,1 cm
- d) 6,7 cm.

**193.**

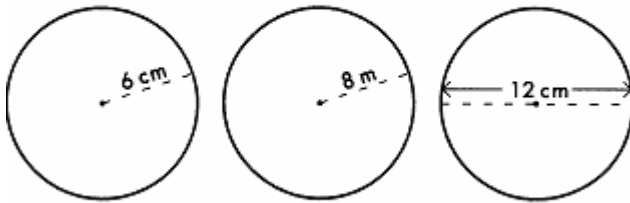
Laske ympyrän kehän pituus, kun ympyrän säde on

- a) 2,0 cm
- b) 4,0 cm
- c) 7,2 cm
- d) 19,0 cm.

**194.**

Laske kuvan ympyröiden kehän pituudet.

- a)                      b)                      c)



**195.**

Laske edellisen tehtävän ympyröiden pinta-alat.

**196.**

Laske ympyrän pinta-ala, kun sen säde on

- a) 1,0 cm
- b) 2,0 cm
- c) 5,2 cm
- d) 12,8 cm

**197.**

Mittaa 1 € kolikosta halkaisija ja laske sen perusteella kolikon

- a) kehän pituus ja
- b) pinta-ala.

**198.**

Laske ympyrän pinta-ala, kun sen halkaisija on

- a) 3,0 m
- b) 16,0 m
- c) 25,4 m
- d) 210,0 m

**199.**

Mikä on ympyrän pinta-ala, kun sen

- a) säde on 22 cm
- b) halkaisija on 1,5 m?

**200.**

Laske ympyrän halkaisijan pituus, kun kehän pituus on

- a) 3,0 cm
- b) 25,0 cm
- c) 176,0 cm

— soveltavat tehtävät —

**201.**

Piirrä vihkoosi ympyrä, jonka kehän pituus on

- a) 5,0 cm
- b) 10,0 cm
- c) 15,0 cm.

**202.**

Polkupyörän renkaan säde on 33 cm. Montako kertaa rengas pyörähtää 2 kilometrin matkalla?

**203.**

Laske renkaan kehän pituus tuumina ja senttimetreinä, kun polkupyörän renkaan halkaisija on

- a) 26,0 tuumaa
- b) 28,0 tuumaa.

**204.**

Kuinka suuri ympyrän muotoinen alue saadaan aidatuksi 62,0 m pitkällä köydellä?

**205.**

Suihkulähde on puoliympyrän muotoinen. Sen säde on 1,8 m. Laske suihkulähteen

- a) piiri
- b) pinta-ala.

**206.**

Pyöreän pöydän halkaisija on 150 cm. Laske tarvittavan pöytäliinan pinta-ala, kun liina ulottuu vielä 8,0 cm reunan ulkopuolelle.

**207.**

Ympyrän piiri on 2,95 cm. Laske sen säde ja pinta-ala.

**208.**

Täydennä taulukko.

säde [cm]	halkaisija [cm]	kehän pituus [cm]	pinta-ala [cm <sup>2</sup> ]
11,0			
	19,8		
		128,0	
			198
			1500

**209.**

Maailman pienin ajokelpoinen yksipyöräinen on 20 senttiä korkea ja sen pyörän halkaisija on 1,8 senttiä. Sen rakensi ruotsalainen Signar Berglund, ja hänen maanmiehensä Peter Rosendahl on ajanut sillä useita kertoja. Pisin matka on 8,5 metriä, jonka Rosendahl ajoi saksalaisessa televisio-ohjelmassa 29.3.1998. Montako kierrosta pyörä pyöri ajon aikana?

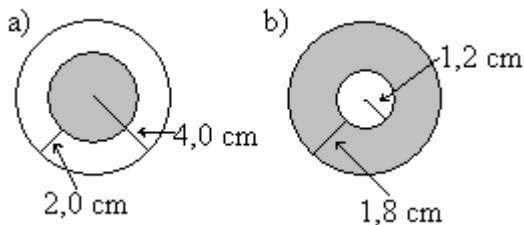
**210.**

Piirrä ympyrä, jonka pinta-ala on

- a)  $10 \text{ cm}^2$
- b)  $20 \text{ cm}^2$
- c)  $50 \text{ cm}^2$ .

**211.**

Laske tummennetun alueen pinta-ala.



**212.**

Ympyrän pinta-ala on  $50 \text{ m}^2$ . Laske ympyrän säde, halkaisija ja kehän pituus.

**213.**

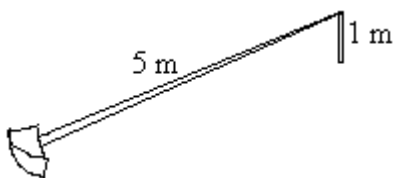
Mikä on ympyrän säde, kun sen pinta-ala on  $20 \text{ cm}^2$ ?

**214.**

Origokeskisen ympyrän säde on 9. Selvitä laskemalla onko piste  $A = (-4,8)$  ympyrän sisä- vai ulkopuolella?

**215.**

Napakelkka rakennetaan keskuspuusta (jonka korkeus maanpinnan yläpuolella on 1,0 m) ja 5,0 metrin työntöpuusta. Kuinka pitkän matkan kelkka kulkee yhdellä kierroksella?



**216.**

Laske Maapallon, Kuun ja Auringon ympärysmittat, kun niiden säteet ovat seuraavat: Maapallo  $6378 \text{ km}$ , Kuu  $1738 \text{ km}$  ja Aurinko  $6,96 \cdot 10^5 \text{ km}$ .

Tiesitkö, ettei maa ole aivan pallon muotoinen, vaan se on navoiltaan litistynyt? Maapallon halkaisija on päiväntasaajalta mitattuna  $43 \text{ km}$  pidempi, kuin jos mitataan maapallon pyörimisakselin pituus etelänvalta pohjoisnavalle. Litistymisen aiheuttaa päiväntasaajalla ilmenevä

suurempi keskeisvoima. Keskeisvoiman vaikutuksen pystyt tuntemaan, kun autolla ajetaan riittävä kovaa mutkaista tietä.

**217.**

Kuinka kauan kestäisi kävellä maapallon ympäri, jos kävelyvauhti on 6 km/h (oletetaan, että voidaan kulkea suorinta reittiä)?

———— vaativat tehtävät —————

**218.**

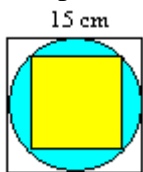
Maapallo kiertää aurinkoa nopeudella 29,78 km/s. Laske yhteen kierrokseen kuluva aika, kun maapallon keskimääräinen etäisyys auringosta on  $149,597 \cdot 10^9$  m. Mitä itse asiassa tulit laskeeneeksi?

**219.**

Kellohametta valmistettaessa tarvitaan kahden samankeskisen ympyräviivan rajoittama pala kangasta. Sisempi ympyrä muodostaa hameen vyötärön ja ulompi helman. Tytölle, jonka vyötärön ympärysmitta on 60 cm, halutaan ommella 60 cm pitkä kelohame. Kuinka leveää kangasta pitää vähintään olla, jotta siitä voitaisiin leikata hameeseen tarvittava ympyrärenkaan muotoinen pala? Saumavaroja ja päärmeitä ei tarvitse ottaa huomioon. (yo kevät 1998)

**220.**

Laske pienemmän neliön ala, kun suuremman neliön sivun pituus on 15 cm.



**21.**

- a) edessä
- b) jäljessä

**22.**

- a) 1 : 10 000
- b) 1 : 50
- c) 1500 : 1
- d) 10 : 1

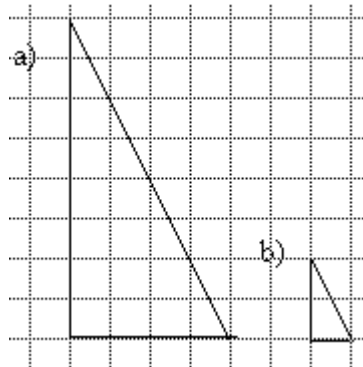
**23.**

- a) 25 : 1
- b) 1 : 1000

**24.**

-

**25.**



**26.**

Kaikki on oikein.

**27.**

140 m

**28.**

1,12 km

**29.**

22 cm

**30.**

15 000 : 1

**31.**

2 250 000 : 1

**32.**

- a) 1 : 150
- b) 1 : 50

**33.**

- a) 1000 : 1
- b) 5000 : 1
- c) 9000 : 1

**34.**

-

**35.**

48 cm

**36.**

300 m

**37.**

- a) 60,9 cm
- b) 243,5 cm
- c) 81,2 cm

**38.**

- a) 193 km
- b) 388 km
- c) 837 km
- d) 92 km

**39.**

54 m<sup>2</sup>

**40.**

30 cm

**41.**

20 cm by 10 cm

**42.**

150 cm<sup>2</sup>

**43.**

360 m, 0,125 mm

**192.**

- a) 3,1 cm
- b) 9,4 cm
- c) 16,0 cm
- d) 21,0 cm

**193.**

- a) 12,6 cm
- b) 25,1 cm
- c) 45,2 cm
- d) 119,4 cm

**194.**

- a) 38 cm
- b) 50 m
- c) 38 cm

**195.**

- a)  $113 \text{ cm}^2$
- b)  $201 \text{ m}^2$
- c)  $113 \text{ cm}^2$

**196.**

- a)  $3,1 \text{ cm}^2$
- b)  $12,6 \text{ cm}^2$
- c)  $84,9 \text{ cm}^2$
- d)  $514,7 \text{ cm}^2$

**197.**

- a) 7,2 cm
- b)  $4,3 \text{ cm}^2$



**198.**

- a)  $7,1 \text{ m}^2$
- b)  $201,1 \text{ m}^2$
- c)  $506,7 \text{ m}^2$
- d)  $34\,636,1 \text{ m}^2$

**199.**

- a)  $1500 \text{ cm}^2$
- b)  $1,8 \text{ m}^2$

**200.**

- a)  $0,95 \text{ cm}$
- b)  $7,96 \text{ cm}$
- c)  $56,0 \text{ cm}$

**201.**

Ympyrän säteen pituus on tällöin

- a)  $0,8 \text{ cm}$
- b)  $1,6 \text{ cm}$
- c)  $2,4 \text{ cm}$

**202.**

964 kertaa

**203.**

- a)  $81,7''$  eli  $207,5 \text{ cm}$
- b)  $88,0''$  eli  $223,4 \text{ cm}$

**204.**

$305,9 \text{ m}^2$

**205.**

- a)  $9,3 \text{ m}$
- b)  $5,1 \text{ m}^2$

**206.**

$2,2 \text{ m}^2$

**207.**

Säde on  $0,47 \text{ cm}$  ja pinta-ala on  $0,69 \text{ cm}^2$ .

**208.**

säde [cm]	halkaisija [cm]	kehän pituus [cm]	pinta-ala [cm <sup>2</sup> ]
11,0	22,0	69,1	380
9,9	19,8	62,2	308
20,4	40,7	128,0	1300
7,9	15,8	49,6	198
21,9	43,8	137,6	1500

**209.**

noin 150 kierrosta.

**210.**

Ympyrän säteen pituus on tällöin noin

- a) 1,8 cm
- b) 2,5 cm
- c) 4,0 cm

**211.**

- a) 12,6 cm<sup>2</sup>
- b) 23,8 cm<sup>2</sup>

**212.**

Säde on noin 4,0 m, halkaisija on noin 8,0 m ja kehän pituus on noin 25,1 m.

**213.**

$$r^2 = \frac{A}{\pi} = \frac{20 \text{ cm}^2}{3,14} = 6,369426... \text{ cm}^2, \text{ jolloin } r = \sqrt{6,369426... \text{ cm}^2} = 2,523772... \text{ cm} \approx 2,5 \text{ cm}$$

**214.**

Pisteen A = (-4,8) etäisyys origosta on  $\sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} < 9$ , joten piste on ympyrän sisällä.

**215.**

31 m

**216.**

Maapallo:  $2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 6378 \text{ km} = 40053,84 \text{ km} \approx 40050 \text{ km}$

Kuu:  $2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 1738 \text{ km} = 10914,64 \text{ km} \approx 10910 \text{ km}$

Aurinko:  $2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 6,96 \cdot 10^5 \text{ km} = 4370880 \text{ km} \approx 4,37 \cdot 10^6 \text{ km}$

**217.**

$$\frac{40053,84 \text{ km}}{6 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 6675,64 \text{ h} \approx 9 \text{ kk } 8 \text{ d}$$

**218.**

Kierroksen pituus on  $2 \cdot \pi \cdot (149,597 \cdot 10^9 \text{ m} + 6378000 \text{ m}) \approx 9,399857 \cdot 10^{11} \text{ m}$ .

Kierrokseen kuluva aika  $t = \frac{s}{v} = \frac{9,399857 \cdot 10^{11} \text{ m}}{29780 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 31564330 \text{ s} \approx 365,3 \text{ d}$  eli meidän vuoden

pituus.

**219.**

Merkitään ympyränsisemmän ympyrän sädettä  $r$ :llä. Ympyrän kehän pituus on sama kuin vyötärön mitta 60 cm, josta saadaan ratkaistua  $r$ .

$$2\pi r = 60 \text{ cm}$$

$$r = \frac{60 \text{ cm}}{2\pi} \approx 9,55 \text{ cm}$$

Ulomman ympyrän säde on  $r + 60 \text{ cm} \approx 69,55 \text{ cm}$ .

Ympyrärenkaan saa leikatuksi kankaasta, jonka leveys on vähintään sama kuin ulomman ympyrän halkaisija  $2 \cdot 69,55 \text{ cm} = 139,1 \text{ cm}$ .

Vastaus: Kankaan leveyden pitää olla vähintään 140 cm.

### 220.

Neliön sisällä olevan ympyrän halkaisija on 15 cm. Samoin ympyrän sisällä olevan neliön hypotenuusa on 15 cm. Olkoon pienemmän neliön sivun pituus  $a$ , tällöin Pythagoraan lauseella saadaan:

$$a^2 + a^2 = (15 \text{ cm})^2$$

$$2a^2 = 225 \text{ cm}^2$$

$$a^2 = 112,5 \text{ cm}^2$$

$$a = 10,606601... \text{ cm}$$

Pienemmän neliön pinta-ala on tällöin

$$a \cdot a = 10,606601... \text{ cm} \cdot 10,606601... \text{ cm} = 112,5 \text{ cm}^2 \approx 110 \text{ cm}^2.$$

c)  $120^\circ$